PHYSIQUE STATISTIQUE

EXERCICES

Feuille 6 : distribution grand-canonique

1 Réminiscences

Calculer le potentiel chimique du gaz parfait monoatomique dans l'approximation classique. Etudier son signe.

2 Adsorption

À la surface d'un solide se trouvent A sites, susceptibles d'adsorber chacun au plus un atome. L'énergie d'un atome adsorbé est $-\varepsilon_\ell$.

1. Le système est en contact avec un réservoir (température T et potentiel chimique μ). Calculer le nombre moyen d'atomes adsorbés sur la paroi.
2. Le solide précédent constitue la paroi d'une enceinte de volume $\mathcal{V}$ dans laquelle on introduit N atomes de gaz parfait à la température T . Exprimer le nombre moyen d'atomes adsorbés sur la paroi.
3. On considère maintenant que les atomes adsorbés, au lieu d'être assignés à des sites, forment un gaz parfait à $2D$ libre d'explorer toute la surface. Calculer dans ce cas le nombre moyen d'atomes adsorbés.

3 Sublimation

Dans une enceinte maintenue à la température T , on place un corps solide de N atomes identiques. On décrit le solide au moyen du modèle d'Einstein, et on désigne par ε_ℓ l'énergie de liaison (ou de libération) de chaque atome (un oscillateur tridimensionnel isotrope, tout au moins aux basses excitations).

1. En supposant tout d'abord que le solide ne s'évapore pas, calculer en formalisme canonique la fonction de partition du solide, ainsi que son potentiel chimique et son entropie.
2. Le solide s'évapore partiellement dans l'enceinte. On assimile sa vapeur à un gaz parfait monoatomique constitué de particules indiscernables de masse m qu'on traitera dans l'approximation classique. Calculer le nombre moyen d'atomes à l'état gazeux. En déduire la pression du gaz à l'équilibre avec le solide.
3. Dans la mesure où le volume occupé par le solide saturé est négligeable par rapport au volume occupé, à la même température, par la vapeur saturée, vérifier la formule de Clapeyron pour la sublimation.

4 Paramagnétisme de Pauli

On assimile les électrons de conduction d'un métal à un gaz parfait dégénéré de N électrons enfermés dans un volume $\mathcal{V}$ et on cherche à calculer l'aimantation de spin de ces électrons lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique uniforme B et maintenus à la température T .

1. Calculer les densités d'état $\rho_+(\varepsilon)$ et $\rho_-(\varepsilon)$ correspondant respectivement aux valeurs $+1/2$ et $-1/2$ du nombre quantique de spin S_z (on appellera μ_B le module du moment magnétique de spin des électrons).

2. Déterminer le potentiel chimique μ_0 à température et champ nuls.
3. Donner les expressions intégrales des nombres moyens N_+ et N_- en fonction de μ_B , T , μ et B .
4. Déterminer le potentiel chimique μ et l'aimantation moyenne M à température nulle et dans la limite où $\mu_B B \ll \mu_0$. Considérant que, typiquement, dans le cuivre, la densité d'électrons de conduction vaut $N/\mathcal{V} \approx 8,5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, évaluer μ_0 . Pour quelles valeurs de B le calcul précédent est-il valable ($\mu_B = 5,8 \times 10^{-5} \text{ eV/Tesla}$) ? En deçà de quelle valeur de la température est-il raisonnable de considérer celle-ci comme nulle ?
5. Calculer l'aimantation à température finie dans l'approximation classique. Étudier la limite $mB \ll kT$. Comparer cette aimantation avec celle trouvée à la question précédente.