

# TP N° 3

## DEUX OSCILLATEURS IDENTIQUES COUPLÉS

Les balanciers de deux pendules (horloges) placées dans une même pièce finissent le plus souvent pas battre en même temps. Après un déplacement rapide d'un individu d'un fuseau horaire à un autre, il faut un certain temps pour que son rythme biologique circadien (de 25 heures!) se synchronise à nouveau avec le rythme d'alternance jour-nuit : c'est le décalage horaire. Un quartz piézo-électrique est un cristal de silice où les effets mécaniques et électriques sont intriqués : cet oscillateur électro-mécanique possède ainsi deux fréquences de résonance ; comme son facteur de qualité peut dépasser le million, un oscillateur à quartz est un excellent étalon de fréquence, dont les applications sont innombrables : montres, chronomètres, poste de radio, multimètre, ordinateur, etc...

Pour expliquer ces phénomènes très variés, il est nécessaire d'introduire et d'explicitier la nature du *couplage* existant entre deux oscillateurs. Les modifications introduites par ce couplage sont considérables, et pour décrire ces systèmes couplés un nouveau formalisme, dérivé de l'algèbre linéaire, doit être mis en œuvre. Ainsi apparaît la notion de *modes propres*, ou modes *normaux*, c'est-à-dire des modes d'oscillations collectives des deux oscillateurs. Ces modes oscillent simplement à des fréquences qu'on qualifie de *fréquences propres*. La mesure de ces fréquences permet de remonter aux caractéristiques du couplage.

L'objet de cette séance de travaux pratiques est d'étudier des oscillateurs harmoniques identiques, couplés différemment. On choisit de coupler des oscillateurs *identiques* pour en simplifier la description théorique.

- Deux pendules composés sont reliés par des ressorts. A quelle(s) fréquence(s) ce système résonne-t-il ? Comment caractériser le mouvement ? Ce type d'oscillateur mécanique couplé possède de nombreux analogues : citons le cas de la roue d'un vélo VTT, dont les oscillations sont couplées à celles du vélo par le biais des amortisseurs, l'ensemble étant excité par les aspérités du sol.
- Deux circuits LC couplés par une inductance mutuelle (réalisée en approchant les deux bobines d'induction). Comment mesurer le plus précisément possible cette inductance mutuelle ? Comment varie le taux de couplage en fonction de la distance entre les deux bobines ? Vaut-il mieux étudier le régime permanent ou le régime transitoire ? La plupart des dispositifs antivols dans les magasins reposent sur un principe similaire.

### ***Nota Bene***

Pourquoi le cacher ? Toutes les parties de cet énoncé de TP sont à préparer *intégralement* avant la séance. Seulement ainsi est-il possible d'aborder sereinement la séance de travaux pratiques.

On rappelle qu'une mesure ne prend de sens que si l'incertitude qui lui est associée est précisée. Un résultat numérique sans intervalle d'incertitude (« barre d'erreur ») est *inepte*.

Les caulettes, même sommaires, sont *obligatoires*. Apprenez à utiliser leurs fonctionnalités de programmation en vue des examens de TP.

## A. – Description théorique

### 1. – Oscillateurs couplés

- a. **Cas général.** Quand un système possède  $n$  degrés de liberté, il est en général possible de décrire la dynamique du système à l'aide d'équations différentielles. Ces dernières peuvent être ré-écrites sous la forme de  $n$  équations différentielles d'ordre un. Si de plus nous supposons que les comportements sont linéaires, nous écrivons le système sous la forme matricielle suivante :

$$\mathcal{A}\dot{\mathbf{v}} = \mathcal{B}\mathbf{v}, \quad (43)$$

avec  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  matrices de dimensions  $n \times n$  et  $\mathbf{v}$  un vecteur de  $n$  composantes.

Les solutions sont recherchées sous la forme de superposition de vecteurs dont le comportement par rapport à la variable  $t$  est exponentiel :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(0)e^{\sigma t}. \quad (44)$$

En injectant le vecteur ci-dessus dans l'équation matricielle, nous déduisons

$$\sigma\mathbf{v}(0) = (\mathcal{A}^{-1}\mathcal{B})\mathbf{v}(0). \quad (45)$$

La recherche de solutions se fait donc par la recherche de valeurs propres de la matrice  $\mathcal{A}^{-1}\mathcal{B}$ . Cette matrice possède en général  $n$  valeurs propres que nous appelons  $\sigma_i$  avec  $i$  variant de 1 à  $n$  auxquelles sont attachées leur vecteur propres  $\mathbf{v}_i(0)$ . Quand peut-on être sûr que les valeurs propres  $\sigma_i$  sont toutes réelles? La solution générale est donc écrite formellement :

$$\mathbf{v}(t) = \sum_i^n \mathbf{v}_i(0)e^{\sigma_i t}. \quad (46)$$

Comment qualifie-t-on les vecteurs  $\mathbf{v}_i(0)$  ?

- b. **Cas d'oscillateurs harmoniques couplés.** Si nous étudions deux oscillateurs couplés, combien de degrés de liberté sont disponibles? Si, de plus, les oscillateurs considérés sont harmoniques, montrer qu'il est possible de décrire la dynamique à l'aide du système suivant :

$$\mathcal{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathcal{K}\mathbf{x} = 0. \quad (47)$$

Le termes diagonaux de la matrice  $\mathcal{K}$  sont associés aux fréquences des deux oscillateurs, alors que les termes non diagonaux représentent le couplage<sup>58</sup>. Il est plus avantageux de travailler avec le système (47) qu'avec le système (43), puisque les matrices  $\mathcal{M}$  et  $\mathcal{K}$  sont de dimension  $2 \times 2$ , contrairement à  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  qui sont de dimension  $4 \times 4$ . Si l'on suppose que  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(0)e^{i\omega_i t}$ , montrer que la relation entre les valeurs propres  $\lambda_i$  de la matrice  $(\mathcal{M}^{-1}\mathcal{K})$  et  $\omega_i$  est :

$$\omega_i^2 = \lambda_i \quad (48)$$

- (i) Couplage type *ressort*. Nous considérons ici la dynamique donnée par le système suivant

$$\ddot{x}_a + \omega_0^2 x_a + \kappa(x_a - x_b) = 0 \quad (49)$$

$$\ddot{x}_b + \omega_0^2 x_b + \kappa(x_b - x_a) = 0. \quad (50)$$

Mettre ce système sous forme matricielle, et montrer que

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$\mathcal{K} = - \begin{pmatrix} \omega_0^2 + \kappa & -\kappa \\ -\kappa & \omega_0^2 + \kappa \end{pmatrix} \quad (52)$$

Pour calculer les modes d'oscillations, *i.e.* les modes propres, plusieurs approches peuvent être suivies, et nous vous en proposons trois :

---

58. Dans un contexte mécanique, quel sens peut on donner à la matrice  $\mathcal{M}$  ?

- $\alpha$ . Calculer les valeurs propres de la matrice  $\mathcal{M}^{-1}\mathcal{K}$ , et en déduire  $\sigma_i$ .  
 $\beta$ . Chercher des solutions sous la forme

$$\begin{aligned}x_a &= c_a e^{i\omega t} + \bar{c}_a e^{-i\omega t} \\x_b &= c_b e^{i\omega t} + \bar{c}_b e^{-i\omega t}.\end{aligned}$$

Trouver la condition (c'est à dire trouver les valeurs de  $\omega$ ) pour lesquelles les nombres complexes  $c_a$  et  $c_b$  soient non-nuls.

- $\gamma$ . Faire un changement de variable et travailler avec la moyenne  $m = \frac{x_a + x_b}{2}$  et la différence  $d = \frac{x_a - x_b}{2}$ . Déduire les équations auxquelles obéissent  $m$  et  $d$ , et les résoudre.

Bien que ces trois méthodes mènent aux mêmes résultats, nous vous suggérons de suivre la méthode ( $\gamma$ ). Montrer que les équations de  $m$  et  $d$  sont :

$$\ddot{m} + \omega_0^2 m = 0 \quad (53)$$

$$\ddot{d} + (\omega_0^2 + 2\kappa) d = 0 \quad (54)$$

En déduire que les pulsations propres des oscillations sont :

$$\omega_m = \omega_0 \quad (55)$$

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 + 2\kappa}. \quad (56)$$

Nous comprenons que le mode de pulsation  $\omega_0$  est un mode pour lequel la « valeur moyenne »  $m$  oscille, et la « distance » est nulle. On dit alors que les deux oscillateurs sont en phase. En revanche, les deux oscillateurs sont en opposition de phase pour la pulsation  $\sqrt{\omega_0^2 + 2\kappa}$ , puisque la « valeur moyenne » est nulle, et c'est la « distance »  $d$  qui oscille.

- (ii) Couplage type *inertiel*. Cette fois-ci, nous considérons deux oscillateurs couplés de la manière suivante :

$$\ddot{x}_a + \omega_0^2 x_a + \alpha \ddot{x}_b = 0 \quad (57)$$

$$\ddot{x}_b + \omega_0^2 x_b + \alpha \ddot{x}_a = 0. \quad (58)$$

Pourquoi parle-t-on de couplage inertiel ? En utilisant la méthode de résolution proposée dans l'exemple précédent, montrer que la moyenne  $m$  et la différence  $d$  obéissent aux équations :

$$(1 + \alpha)\ddot{m} + \omega_0^2 m = 0 \quad (59)$$

$$(1 - \alpha)\ddot{d} + \omega_0^2 d = 0 \quad (60)$$

On peut maintenant calculer les pulsations<sup>59</sup> des oscillations de  $d$  et  $m$  :

$$\omega'_m = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \alpha}} \quad (61)$$

$$\omega'_d = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \alpha}}. \quad (62)$$

Physiquement on a toujours  $\alpha < 1$ , et les pulsations demeurent réelles<sup>60</sup>. Comme dans l'exemple précédent, proposer une interprétation physique des deux modes.

## 2. – Deux pendules couplés par ressort

Soient deux pendules identiques non amortis, de masse totale  $M$ , et longueur totale  $l_t$ , et des ressorts identiques de raideur  $K$  fixés, comme l'indique le schéma suivant, aux pendules et à deux points fixes. On note  $l_G$  la distance entre le centre de gravité des pendules et l'axe de rotation,  $\theta_1$  et

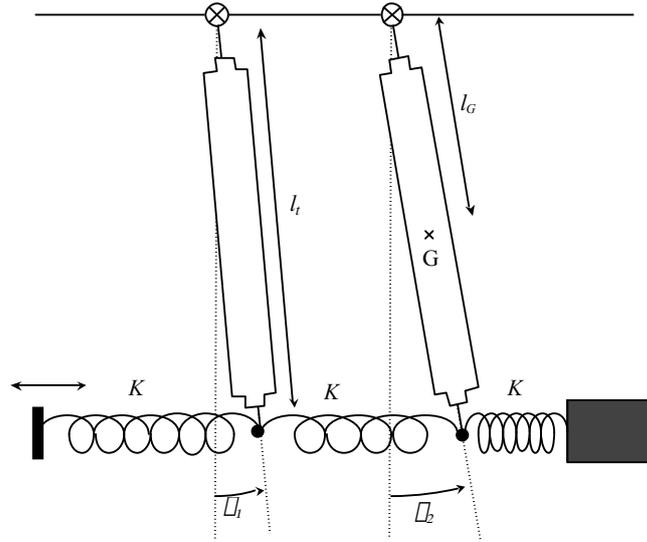


FIG. 20 – Deux pendules composés identiques couplés par ressort. Il est possible de les exciter en agitant horizontalement l'extrémité de fixation du ressort le plus à gauche.

$\theta_2$  les angles qui repèrent la position des pendules. On désigne enfin par  $I_\Delta$  leur moment d'inertie par rapport à leur axe de rotation.

- Aux « petits » angles<sup>61</sup>, le pendule 1, celui de gauche sur le schéma, est soumis à trois moments :
- le couple de rappel de son poids  $-Mgl_G\theta_1$  (resp.  $-Mgl_G\theta_2$  pour le pendule 2),
  - le couple de rappel exercé par le ressort lié à un point fixe  $-Kl_t^2\theta_1$  (resp.  $-Kl_t^2\theta_2$  pour le pendule 2),
  - le couple de rappel exercé par le ressort intermédiaire  $-Kl_t^2(\theta_1 - \theta_2)$  (la valeur est opposée pour le pendule 2).

En faisant un bilan de moment cinétique, montrer que les équations du mouvement des deux pendules s'écrivent :

$$\ddot{\theta}_1 + \left( \frac{Mgl_G}{I_\Delta} + \frac{Kl_t}{I_\Delta} \right) \theta_1 + \frac{Kl_t^2}{I_\Delta} (\theta_1 - \theta_2) = 0, \quad (63)$$

$$\ddot{\theta}_2 + \left( \frac{Mgl_G}{I_\Delta} + \frac{Kl_t}{I_\Delta} \right) \theta_2 + \frac{Kl_t^2}{I_\Delta} (\theta_2 - \theta_1) = 0. \quad (64)$$

En identifiant ces équations aux équations (55) et (56), montrer que les fréquences propres valent :

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mgl_G}{I_\Delta} + \frac{Kl_t^2}{I_\Delta}}, \quad (65)$$

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mgl_G}{I_\Delta} + 3\frac{Kl_t^2}{I_\Delta}}. \quad (66)$$

En vous inspirant de la description théorique générale des oscillateurs couplés (qui précède), décrire les modes propres. En particulier exprimer le rapport des amplitudes des deux pendules dans chacun des modes.

59. On les note  $\omega'_m$  et  $\omega'_d$  avec des « primes » pour bien distinguer les pulsations associées au couplage par ressort de celles associées au couplage inertiel.

60. On peut néanmoins se demander ce qu'il se passe si  $\alpha = 1$  et de manière plus générale  $\alpha > 1$ . Avez-vous des suggestions ?

61. Se reporter au TP N° 1 pour plus de précisions concernant le qualificatif « petit ».

Si un moteur agite le point A, comment varie *qualitativement* l'amplitude du mouvement des deux pendules en fonction de la fréquence d'excitation du moteur ? Schématiser la courbe de résonance.

Si l'on fixe le pendule 2 à sa position d'équilibre, on se ramène à un oscillateur harmonique simple<sup>62</sup>. Soit  $f_1$  la fréquence propre du pendule 1 dans cette situation. Par ailleurs, si on ôte les ressorts, on se ramène au cas de deux oscillateurs harmonique simples, découplés. Soit  $f_0$  la fréquence propre de leurs oscillations sans ressort. Montrer qu'on a :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mgl_G}{I_\Delta}}, \quad (67)$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mgl_G}{I_\Delta} + 2\frac{Kl_t^2}{I_\Delta}}. \quad (68)$$

Ces expressions serviront pour vérifier extensivement la description théorique.

### 3. – Deux circuits LC couplés par mutuelle

Soient des condensateurs identiques  $C$ , des bobines identiques d'autoinductance  $L$  couplées par une mutuelle<sup>63</sup>  $M$  (cf. schéma). Un générateur parfait<sup>64</sup> délivrant une tension  $u$  est branché en série sur un des circuits.

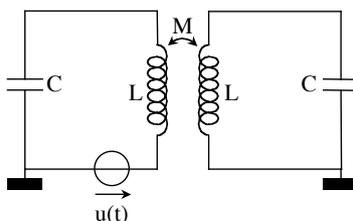


FIG. 21 – Deux circuits LC couplés par mutuelles. L'un des circuit est alimenté par un générateur de tension parfait.

- a. **Mise en équations.** Pour simplifier, dans les calculs qui suivent on négligera tout phénomène dissipatif (*i.e.* résistif). On introduit  $\alpha = M/L$ , qui représente le *taux de couplage* inductif. Montrer que, sans perte de généralité<sup>65</sup>, les équations d'évolution de la tension  $u_i$  ( $i=1,2$ ) aux bornes des capacités peuvent s'écrire :

$$LC\ddot{u}_1 + MC\ddot{u}_2 + u_1 = u \quad (69)$$

$$LC\ddot{u}_2 + MC\ddot{u}_1 + u_2 = 0 \quad (70)$$

Découpler ces équations en effectuant le changement de variable trivial<sup>66</sup> :  $m = (x_a + x_b)/2$  et  $d = (x_a - x_b)/2$ . Moyennant l'introduction de la pulsation propre  $\omega_0^2 = (2\pi f_0)^2 = 1/(LC)$  d'un unique circuit LC, montrer qu'on obtient alors :

$$\left(\frac{1+\alpha}{\omega_0^2}\right)\ddot{m} + m = \frac{u}{2}, \quad (71)$$

$$\left(\frac{1-\alpha}{\omega_0^2}\right)\ddot{d} + d = \frac{u}{2}. \quad (72)$$

62. Il n'y a en effet plus qu'un seul degré de liberté.

63. Attention à ne pas confondre masse totale du pendule et mutuelle inductance des deux bobines, qui sont désignés dans cet énoncé par la même lettre  $M$ . L'alphabet manque de lettres...

64. Pour en réaliser un, il suffit de prendre un G.B.F et de réduire son impédance de sortie à l'aide d'un pont diviseur de tension (cf. TP N° 2).

65. Il s'agit de montrer qu'un changement de sens du bobinage, qui transforme  $M$  en  $-M$ , laisse invariante la structure des équations.

66. La méthode est décrite dans la description du couplage inertiel (page 27).

Déduire de ces équations que les fréquences propres du système valent :

$$f'_m = \frac{f_0}{\sqrt{1+\alpha}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C(L+M)}}, \quad (73)$$

$$f'_d = \frac{f_0}{\sqrt{1-\alpha}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C(L-M)}}, \quad (74)$$

où, rappelons-le,  $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$  est la fréquence propre d'un *seul* oscillateur LC. Montrer que l'on peut résoudre les équations qui précèdent pour exprimer le taux de couplage de différentes façons :

$$\alpha = \frac{f'_d{}^2 - f'_m{}^2}{f'_d{}^2 + f'_m{}^2} = \frac{f_0^2}{f'_m{}^2} - 1 = 1 - \frac{f_0^2}{f'_d{}^2}. \quad (75)$$

Moyennant *certaines approximations* que l'on précisera, montrer que l'on a enfin :

$$\alpha \approx \frac{f'_d - f'_m}{2f_0} \quad (76)$$

### b. Réponse indicielle.

Lorsque  $u(t)$  est une fonction échelon  $u(t) = u_0 H(t)$  ( $H$  est la fonction de Heaviside), l'évolution des tensions aux bornes des condensateurs constitue la réponse indicielle du système<sup>67</sup>. Résoudre dans ce cas les équations (71) et (72) et montrer que les tensions aux bornes des condensateurs sont décrites par :

$$u_1(t) = u_0 \left( 1 - \frac{\cos(2\pi f'_d t) + \cos(2\pi f'_m t)}{2} \right), \quad (77)$$

$$u_2(t) = u_0 \left( \frac{\cos(2\pi f'_d t) - \cos(2\pi f'_m t)}{2} \right), \quad (78)$$

On prévoit donc d'observer la superposition de deux sinusoides de fréquence *a priori* proches<sup>68</sup>. Il s'agit aussi de fonction sinusoidales modulées par une sinusoides de fréquence plus petite, c'est pourquoi on parle de *battements*. Introduisons les fréquences  $\Delta f = f'_d - f'_m$  et  $\bar{f} = (f'_d + f'_m)/2$ ; on a bien :

$$u_1(t) = u_0 (1 - \cos(\pi \Delta f t) \cos(2\pi \bar{f} t)), \quad (79)$$

$$u_2(t) = -u_0 \sin(\pi \Delta f t) \sin(2\pi \bar{f} t). \quad (80)$$

Dessiner qualitativement le graphe associé à cette évolution. Comment tenir compte (*a posteriori*) de la dissipation ?

### c. Réponse fréquentielle.

Le générateur fournit désormais une tension sinusoidale :  $u(t) = u_0 \cos(2\pi f t)$ . A titre d'exercice vous êtes invité à calculer la réponse fréquentielle de chaque condensateur (courbes de résonance). Pour quelles valeurs de la fréquence de forçage  $f$  s'attend-on à observer des résonances ? Quelle est qualitativement l'influence de la dissipation ? Dessiner qualitativement les deux courbes de résonance.

## B. – Matériel

### 1. – Deux pendules couplés par ressort

Le système de pendules est décrit à la figure 20. Un moteur asynchrone, dont on peut régler la vitesse, permet de déplacer quasi-sinusoidalement un extrémité du ressort pour exciter le système. Le système de détection des angles de pendules est le même que celui décrit dans l'énoncé de

67. Il faudrait préciser que l'excitation est asymétrique en ce sens qu'on excite qu'un seul des deux circuits.

68. C'est le cas si le couplage est faible.

TP N° 1. Lorsqu'on utilisera le moteur, on placera les « aéro-freins » de façon à augmenter les frottements et diminuer le facteur de qualité<sup>69</sup>. L'amplitude des oscillations des pendules doit en effet rester petite pour que 1° les ressorts ne soient pas endommagés, 2° le système d'équation reste linéaire, 3° la sécurité des étudiants ne soit pas amoindrie. Avant de commencer, il faudra vérifier que les pendules sont bien identiques et que le « zéro » des potentiomètres a bien été réglé.

## 2. – Deux circuits LC couplés par mutuelle

Il s'agit du même système que celui décrit dans le TP N° 2, à ceci près qu'on place un second circuit LC en influence du premier. Les bobines, parallèles, sont séparées d'une distance  $d$ . Ne pas oublier de placer le pont diviseur en sortie du générateur basses-fréquence afin de s'affranchir de son impédance de sortie.

## C. – Expériences

### 1. – Deux pendules couplés par ressort

*Vous passerez environ une heure et demie sur cette partie.*

#### a. Mesures

- (i) *Régime libre.* Observer les oscillations et trouver expérimentalement, en imposant les conditions initiales appropriées, les modes propres du système. Mesurer les fréquences propres d'oscillation  $f_m$  et  $f_d$ . Noter alors les amplitudes et les positions relatives des pendules. Ne pas oublier d'estimer les incertitudes.
- (ii) *Régime sinusoïdal forcé.* Trouver les modes résonants à l'aide du moteur. Noter les amplitudes et les positions relatives des pendules. Mesurer les fréquences de résonance.<sup>70</sup> Retrouve-t-on les valeurs du paragraphe précédent ?
- (iii) *Sans couplage.* Bloquer le pendule 2 (celui de droite). Mesurer, avec la méthode de votre choix (régime libre ou forcé), la fréquence propre des oscillations  $f_1$  dans cette configuration. Ôter les ressorts du pendule 1. Mesurer la fréquence des petites oscillations du pendule 1. Si vous avez le temps, faire de même pour le pendule 2. En déduire une estimation de la fréquence propre des oscillations  $f_0$ , avec un intervalle de confiance qu'on précisera.

Puisque le ressort est ôté, en profiter pour *mesurer* la distance du centre de gravité<sup>71</sup>  $l_G$  à l'axe de rotation,  $l_t$  la distance entre l'axe de rotation et le point de fixation du ressort, et  $M$  la masse totale du pendule.

#### b. Analyse

A partir de l'évaluation de  $f_m$ ,  $f_d$ ,  $f_1$  et  $f_0$ , proposez une méthode pour obtenir  $\frac{Mgl_G}{I_\Delta}$  et  $\frac{Kl_t}{I_\Delta}$ . L'emploi d'une méthode graphique faisant intervenir un ajustement de courbe (*fit*) est fortement suggérée.

En déduire une valeur de  $I$  et de la raideur  $K$  du ressort. Comparer, la raideur obtenue à celle mesurée par une méthode traditionnelle<sup>72</sup>.

Conclure.

## 2. – Deux circuits LC couplés par mutuelle

*Vous passerez environ une heure et demie sur les oscillations libres, et une heure sur les oscillations sinusoïdales forcées.*

69. Ceci est souhaitable pour éviter le phénomène de « surtension » à la résonance.

70. Continuer de ne pas oublier d'estimer les incertitudes.

71. Repérer le centre de gravité par un trait de crayon sur la tige du pendule.

72. Demandez à un enseignant d'accrocher avec vous des masses à un ressort identique, de mesurer son allongement, et d'en déduire sa raideur.

a. **Mesures**

(i) *Oscillations libres.* Alimenter l'un des circuits LC avec un signal carré dont on aura convenablement<sup>73</sup> choisi la fréquence, et observer<sup>74</sup> la réponse indiciaire quand on approche le deuxième circuit LC identique. Mesurer aussi précisément que possible la fréquence moyenne des oscillations  $f$  et la fréquence  $\Delta f$  de l'« enveloppe ». Au passage, évaluer grossièrement le facteur de qualité  $Q$ . Toujours préciser l'incertitude associée à vos mesures. Répéter l'opération pour plusieurs valeurs de la distance  $d$ , dans toute la plage disponible. Faites enfin une mesure de  $f_0$ .

(ii) *Oscillations sinusoïdales forcées.*

Alimenter l'un des circuits avec le signal sinusoïdal sortant du pont diviseur.

- Mesurer les fréquences de résonance  $f'_m$  et  $f'_d$  pour plusieurs valeurs de la distance  $d$ , et ce dans toute la plage disponible. Mesurer aussi  $f_0$ .
- *Si vous avez le temps*, obtenir (en wobulant le signal) la courbe de réponse fréquentielle de l'ensemble des deux circuits, pour une distance  $d$  modérée<sup>75</sup>. Noter les déphasages relatifs des tensions aux bornes des deux capacités dans ses deux modes de résonance.

b. **Analyse** Soyez créatifs quant à l'analyse des données ! L'idée est d'obtenir un graphe de  $\alpha(d)$ , qui caractérise rigoureusement le couplage. Tracer sur le même graphe les points expérimentaux  $\alpha(d)$  obtenus de diverses façons, munis de leur barres d'erreur. Conclure sur les méthodes les plus efficaces.

---

73. Cf. TP N° 2.

74. Observer aux bornes des deux condensateurs simultanément.

75. Moins de 10 cm.