



Marc JOOS

Étude des processus de mélange durant la combustion du carbone des étoiles SAGB

Sous la direction de Lionel SIESS

Institut d'Astronomie et d'Astrophysique
Université Libre de Bruxelles
Campus de la Plaine
CP 226 - Boulevard du Triomphe
B-1050 Bruxelles - BELGIUM

Année 2007-2008

TABLE DES MATIÈRES

Résumé	4
Remerciements	6
Introduction	8
1 Poids moléculaire moyen et processus de mélange	10
1.1 Nombre de particules et masse moléculaire moyenne	10
1.1.1 Nombre de particules	10
1.1.2 Poids moléculaire moyen	10
1.2 Un processus de mélange : le mélange thermohaline	10
1.2.1 Le mélange thermohaline, une instabilité hydrodynamique	11
1.2.2 La convection thermohaline appliquée à l'intérieur stellaire	12
1.2.3 Coefficient de diffusion et temps caractéristique du mélange thermohaline	12
2 Le mélange thermohaline appliqué aux étoiles SAGB	14
2.1 Les étoiles SAGB	14
2.1.1 Introduction	14
2.1.2 Évolution jusqu'au brûlage du carbone	14
2.2 Combustion du carbone dans les étoiles SAGB, sans mélange thermohaline	16
2.2.1 Le flash du carbone	16
2.2.2 Évolution de la flamme	17
2.3 Combustion du carbone dans les étoiles SAGB, avec mélange thermohaline	17
2.3.1 Étude comparée du flash et de la flamme	17
2.3.2 Vérifications numériques	18
2.3.3 Semi-convection, nucléosynthèse et gradient de poids moléculaire moyen .	19
2.3.4 Début de la combustion du carbone	21
2.3.5 Effets de la convection thermohaline	22
2.3.6 Étude de la progression de la flamme	23
2.3.7 Évolution des abondances dans le noyau	25
2.3.8 Temps caractéristique du mélange thermohaline	27
2.4 Évolution en fonction de la masse initiale	27
2.4.1 Flash et flamme	27
2.4.2 Évolution des abondances dans le noyau	29
Conclusion	32

A	Physique stellaire et thermodynamique	34
A.1	Quelques éléments de thermodynamique	34
A.1.1	Équation d'état	34
A.1.2	Pression de radiation	34
A.1.3	Pression ionique	34
A.1.4	Pression électronique	34
A.1.5	Pression et énergie	36
A.2	Opacités	36
B	La structure et l'évolution stellaire	38
B.1	Conservation de la masse	38
B.2	Conservation de la quantité de mouvement	38
B.3	Conservation de l'énergie	39
B.4	Les équations du transport	40
B.4.1	Équation du transport radiatif	40
B.4.2	Équation du transport conductif	41
B.4.3	Équation du transport convectif	41
B.5	L'équation de l'évolution chimique	42
B.6	Les équations de la structure stellaire	43
C	Nucléosynthèses stellaires	44
C.1	Énergie de liaison d'un noyau atomique	44
C.2	Le cycle CNO	44
C.3	Le brûlage de l'hélium	45
C.4	Le brûlage du carbone et de l'oxygène	46
	Bibliographie	48

RÉSUMÉ

L'évolution des étoiles super-AGB — de masse comprise entre 8,7 et 11 $M_{\odot}$ — est étudiée en tenant compte de la convection thermohaline. Ce travail se concentre essentiellement sur la combustion du carbone lors du flash et de la propagation de la flamme convective. Le mélange thermohaline provoque une baisse significative de l'abondance en carbone à la base des zones de convection. La vitesse de la flamme et l'énergétique sont affectées ; la flamme progresse moins vite et s'arrête avant d'atteindre le centre de l'étoile, contrairement à ce qu'indiquaient les modèles canoniques.

Le mélange thermohaline a des répercussions sur la composition du noyau des étoiles SAGB en fin de vie. Composé principalement de néon et d'oxygène, il est désormais enrichi en carbone. Des variations significatives des abondances en oxygène, néon et sodium sont également remarquées. Les abondances calculées dans leur cœur peuvent avoir un impact sur le destin de ces étoiles — pour celles dont la masse du noyau est proche de celle de Chandrasekhar — et sur la composition chimique du milieu interstellaire.

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont au Professeur Marcel Arnould, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire, pour sa sollicitude, son écoute, et la passion de la recherche qu'il sait transmettre.

Je tiens à remercier tout particulièrement Lionel Siess, qui a encadré ce stage. La rigueur et l'attention qu'il m'a accordées m'ont permis de découvrir les méandres de l'évolution stellaire. La confiance dont il m'a gratifiée m'a permis de jouir d'une grande autonomie pour effectuer cette étude et de me plonger réellement dans un travail de recherche scientifique.

Ma gratitude va à Tyl Dermine, pour son aide, son écoute et ses conseils. Je remercie Sophie Van Eck pour sa gentillesse et les discussions fructueuses que nous avons eues. Merci à Rob Izzard pour sa sollicitude. Enfin, je tiens à exprimer toute ma gratitude à l'ensemble du laboratoire, Nancy Tignée, Nicolas Chamel, Stéphane Goriely, Alain Jorissen, Benoît Famey, Dimitri Pourbaix et Christos Siopis pour l'ambiance chaleureuse qu'ils font régner et leur passion de l'aventure scientifique. Si le Soleil belge se fait parfois discret, la bonne humeur est, elle, toujours présente !

INTRODUCTION

L'évolution stellaire permet d'appréhender les différentes étapes de la vie d'une étoile, depuis sa formation jusqu'à la fin de sa vie. Il reste cependant de nombreuses parts d'ombre, dont le destin des étoiles de masse comprise entre 7 et 12 masses solaires ($M_{\odot}$), très fortement dépendant de la masse du noyau. Ces étoiles de masse intermédiaire sont appelées super-AGB (SAGB). Les étoiles AGB (Asymptotic Giant Branch) sont caractérisées par un noyau composé de carbone et d'oxygène entouré d'une coquille de combustion d'hélium, après le brûlage central de celui-ci. Au sein des étoiles SAGB, la combustion du carbone s'allume en dehors du centre.

L'intérieur stellaire se présente sous forme de plasma, ayant ainsi un comportement proche de celui d'un fluide. Il en résulte des instabilités semblables à celles rencontrées en hydrodynamique qui peuvent provoquer un mélange des constituants de l'étoile. Pour les étoiles SAGB, de telles instabilités sont susceptibles de se produire durant la combustion du carbone. La convection thermohaline est le processus de mélange que j'ai principalement étudié au cours de ce travail.

Dans une première partie, j'introduirai le poids moléculaire moyen, jouant un rôle central dans cette étude. Sera ensuite présentée la convection thermohaline, dans un cadre hydrodynamique, puis appliquée à l'intérieur stellaire.

La seconde partie sera consacrée à la combustion du carbone dans les étoiles SAGB, en se focalisant, dans un premier temps, sur une étoile de $9,5 M_{\odot}$. Cette phase de l'évolution stellaire sera d'abord détaillée en absence de mélange thermohaline. Ce processus de mélange sera ensuite introduit, et je montrerai ses conséquences sur la propagation de la flamme et sur la composition chimique du noyau des étoiles SAGB. Enfin, je conclurai ce travail par la présentation des résultats obtenus pour des étoiles dont les masses sont comprises entre $8,7$ et $11 M_{\odot}$.

POIDS MOLÉCULAIRE MOYEN ET PROCESSUS DE MÉLANGE

1.1 Nombre de particules et masse moléculaire moyenne

1.1.1 Nombre de particules

Soit un élément k , ayant A_k nucléons et Z_k protons. Si ρ est la densité de l'élément de masse considéré, et ρ_k la densité partielle de cet élément, alors la fraction de masse X_k est donné par [1] :

$$X_k = \frac{\rho_k}{\rho} = A_k Y_k, \quad (1.1)$$

avec Y_k l'abondance molaire par unité de masse. La somme des fractions de masse est égale à 1 ; on appelle traditionnellement $X \equiv X_H$ celle liée à l'hydrogène, $Y \equiv X_{He}$ celle liée à l'hélium et $Z \equiv 1 - X - Y$ la métallicité.

Le nombre de noyaux par unité de volume n_k est donné par :

$$n_k = \mathcal{N}_A \rho \frac{X_k}{A_k}, \quad (1.2)$$

avec $\mathcal{N}_A$ le nombre d'Avogadro.

1.1.2 Poids moléculaire moyen

Une étoile est un plasma d'ions et d'électrons ; soit μ le poids moléculaire moyen :

$$\boxed{\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{ion}} + \frac{1}{\mu_e}}, \quad (1.3)$$

avec μ_{ion} le poids moléculaire moyen ionique et μ_e le poids moléculaire moyen électronique.

L'équation 1.2 donne le nombre de noyaux de l'espèce k par unité de volume ; de la même manière, on obtient le nombre d'électrons $n_e = \rho \mathcal{N}_A / \mu_e$, et le nombre d'ions, $n_{ion} = \rho \mathcal{N}_A / \mu_{ion}$.

Ces définitions permettent d'obtenir μ_e et μ_{ion} , et ainsi de remonter à μ .

1.2 Un processus de mélange : le mélange thermohaline

La convection thermohaline est un processus de mélange, qui correspond à une instabilité double diffusive. Cette instabilité se retrouve dans de nombreux phénomènes géophysiques et astrophysiques, et en particulier dans les intérieurs stellaires.

1.2.1 Le mélange thermohaline, une instabilité hydrodynamique

La « *convection thermohaline* » [2] est une instabilité hydrodynamique. Elle est bien connue des océanographes : un milieu chaud et salé situé au-dessus d'un milieu froid et peu salé va rapidement diffuser vers le bas, malgré la présence d'un gradient de température stabilisant le système. Un globule d'eau salée déplacé vers le bas va poursuivre son mouvement. Ce phénomène s'explique par la différence des coefficients de diffusion de température et de salinité ; le gradient de température ne pourra pas contrecarrer l'effet du gradient de sel. Le cas échéant, le globule d'eau chaude et salée coule dans l'eau froide et peu salée et s'y refroidit avant que le sel n'ait eu le temps de diffuser, il peut donc couler du fait de son poids, avant de se mélanger totalement à son environnement.

Ainsi, lorsque le gradient de sel est plus important que le gradient de température, l'eau salée diffuse vers le bas jusqu'à ce que ces effets se compensent.

Lorsque ce mécanisme est enclenché, la convection thermohaline peut débuter. Les globules d'eau salée coulent comme des doigts ; l'eau moins salée s'élève autour de ces derniers. Il s'agit de diffusion dite en « doigts de sel » (figure 1.1).

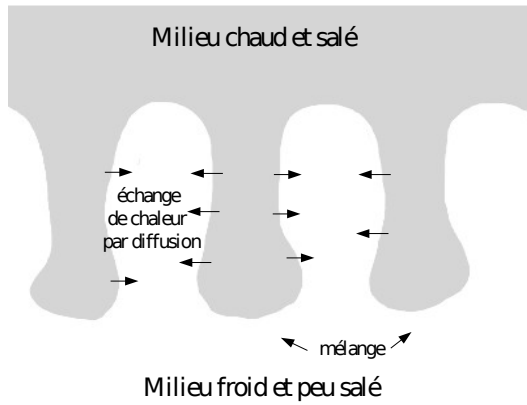


FIG. 1.1 – Le mélange thermohaline, un processus de diffusion dite en « doigts de sel ».

$\alpha = -(\rho^{-1}\partial\rho/\partial T)_{S,P}$ et $\beta = -(\rho^{-1}\partial\rho/\partial S)_{T,P}$, on peut définir le rapport d'anomalie de densité [3, 4] :

$$R_\rho = \frac{\alpha \nabla T}{\beta \nabla S}, \quad (1.4)$$

Pour $R_\rho < 1$, le sel diffuse plus rapidement que la température et le globule ne coulant pas, il n'y a pas de convection ; les doigts croissent pour $R_\rho \geq 1$. Enfin, en considérant le nombre de Lewis τ , rapport des diffusivités thermique et saline, ils ne peuvent se former lorsque $R_\rho > \tau^{-1}$. En effet, la différence de salinité est alors trop faible pour pouvoir contrebalancer la flottabilité. La condition d'existence des doigts est donc :

$$1 \leq R_\rho \leq \tau^{-1}. \quad (1.5)$$

1.2.2 La convection thermohaline appliquée à l'intérieur stellaire

Depuis de nombreuses années, le mélange thermohaline est discuté par les astrophysiciens, en particulier dans le cas des intérieurs stellaires. Ce processus est l'une des instabilités dites « séculaires » que l'on peut retrouver au sein des étoiles [5, 6, 7]. C'est un processus de mélange [8] qui va donc modifier la composition interne de l'étoile. Depuis les étoiles de la séquence principale [9] jusqu'aux géantes rouges de masse faible [10, 11], la convection thermohaline intervient dans les remaniements de la constitution des intérieurs stellaires.

Dans le cas des étoiles, T reste la température, et le poids moléculaire moyen (μ) joue le rôle de S . La convection thermohaline a lieu dans les zones radiatives de l'étoile, lorsqu'une couche avec un poids moléculaire moyen important se trouve au-dessus de couches de poids moléculaire moyen inférieur. Le poids moléculaire moyen jouant le rôle de S , $\nabla_\mu = d \ln \mu / d \ln P$ correspond à ce qui était le gradient de salinité ∇S . La différence $\nabla_{ad} - \nabla$ représente le gradient de température, avec ∇ le gradient radiatif local et ∇_{ad} le gradient adiabatique (*cf.* section B.4).

Il peut alors y avoir convection thermohaline ($R_\rho > 1$) si le critère de Ledoux (relation B.15) est satisfait avec le poids moléculaire moyen décroissant avec la profondeur :

$$\boxed{\nabla_{rad} < \nabla_{ad} + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_\mu, \quad \nabla_\mu < 0.} \quad (1.6)$$

La seconde condition ($R_\rho < \tau^{-1}$) devient :

$$\boxed{\nabla_{rad} > \nabla_{ad} + \frac{\varphi}{\delta} \frac{K_T}{D_\mu} \nabla_\mu, \quad \nabla_\mu < 0,} \quad (1.7)$$

avec K_T le coefficient de diffusion thermique, et D_μ celui associé à μ .

1.2.3 Coefficient de diffusion et temps caractéristique du mélange thermohaline

On doit l'essentiel du travail sur le coefficient de diffusion et le temps caractéristique de la convection thermohaline à Kippenhahn [12] ; on appliquera donc le formalisme qu'il a introduit.

En première approximation, le mélange thermohaline peut être traité comme une théorie diffusive. En effet, des frottements apparaissent entre les globules des couches inférieures, plus légers, qui s'élèvent et ceux des couches supérieures, plus massifs, qui coulent. Cela entraîne la formation de doigts (figure 1.1). On observe donc un écoulement de cisaillement à la surface des doigts, processus diffusif efficace ; celui-ci permet aux éléments constituant les doigts de diffuser hors de ceux-ci.

Les globules, de longueur l , disparaissent totalement après avoir parcouru une distance Λ .

On définit également une échelle de hauteur de pression, notée H_p (par définition $H_p = |dr/d \ln P|$), telle que $H_p = \mathcal{R}T_0/g\mu_0$, T_0 et μ_0 étant les température et poids moléculaire moyen du milieu ayant un poids moléculaire plus faible, g l'accélération de pesanteur, et $\mathcal{R}$ la constante des gaz parfaits.

Kippenhahn définit le coefficient de diffusion du mélange thermohaline D_T comme étant le produit de la vitesse verticale v_μ du globule et de sa taille l [12]. v_μ peut être évaluée [8] :

$$v_\mu \simeq \frac{\varphi}{\delta} \frac{H_p}{(\nabla_{ad} - \nabla) \tau_{KH}^*} \left(\frac{D_\mu}{\mu} \right), \quad (1.8)$$

avec $D\mu$ la différence des poids moléculaires moyens à l'intérieur et l'extérieur du globule, et τ_{KH}^* le temps caractéristique *local* de réajustement thermique, donné par :

$$\tau_{KH}^* = \frac{c_p \kappa \rho^2 l^2}{16acT^3} = \frac{c_p \rho l^2}{12K_T}, \quad (1.9)$$

avec K_T le coefficient de diffusion thermique et c_p la chaleur spécifique. L'expression de v_μ conduit au coefficient D_T :

$$D_T = \frac{\varphi}{\delta} \frac{H_p}{(\nabla_{ad} - \nabla)} \frac{l^2}{\tau_{KH}^*} \left| \frac{d \ln \mu}{dr} \right|$$

Or, le poids moléculaire moyen décroît avec la profondeur, d'où $|d \ln \mu / dr| = |\nabla_\mu| = -\nabla_\mu$; on peut donc réécrire D_T :

$$\boxed{D_T = C_T K_T \left(\frac{\varphi}{\delta} \right) \frac{-\nabla_\mu}{\nabla_{ad} - \nabla}}, \quad \text{avec } C_T = \frac{12H_p}{c_p \rho}. \quad (1.10)$$

Remarquons qu'avec $\tau_{KH}^* \propto l^2$, le coefficient de diffusion du mélange ne dépend pas de la taille des globules.

Le coefficient déduit (expression 1.10) n'est pas tout à fait local : en effet, il concerne tout le globule tandis qu'un coefficient local ne devrait concerner que la surface du globule. C'est pourquoi on considère la longueur de destruction du globule Λ et non la taille du globule l pour estimer τ_T , le temps caractéristique du mélange thermohaline.

On rappelle que $[D_T] = \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, et donc que $\tau_T \propto \Lambda^2 / D_T$. On obtient donc :

$$\tau_T = \frac{\Lambda^2}{C_T K_T} \left(\frac{\delta}{\varphi} \right) \frac{\nabla_{ad} - \nabla}{-\nabla_\mu}. \quad (1.11)$$

Remarquons que Λ représente également la longueur de transition sur laquelle varie μ , entre ses valeurs initiales et finales. On a alors $\nabla_\mu \simeq \Delta(\ln \mu) / \Lambda = \Delta\mu / \mu \cdot \Lambda$; l'expression 1.11 devient :

$$\boxed{\tau_T = \frac{\Lambda^3}{c_T K_T} \left(\frac{\delta}{\varphi} \right) \frac{\mu}{\Delta\mu} (\nabla_{ad} - \nabla)}. \quad (1.12)$$

LE MÉLANGE THERMOHALINE APPLIQUÉ AUX ÉTOILES SAGB

2.1 Les étoiles SAGB

2.1.1 Introduction

Les étoiles sont classées suivant leur masse, leur évolution dépendant de celle-ci.

La masse minimale pour que le carbone puisse s'allumer au sein d'une étoile, traditionnellement notée M_{up} , est comprise entre 7 et 9 $M_{\odot}$; 7 $M_{\odot}$ étant la masse M_{up} en tenant compte des processus de mélange. La masse minimale pour que le néon puisse brûler au centre de l'étoile, et que celle-ci passe par toutes les étapes de combustion nucléaire — conduisant à un cœur de fer, pouvant s'effondrer et former une supernova — est d'environ 12 $M_{\odot}$; on l'appelle M_{mas} [13, 14].

Ces deux limites déterminent la classe des *étoiles AGB massives*, dites *super-AGB* (SAGB). Les étoiles AGB (Asymptotic Giant Branch) sont les étoiles qui, après le brûlage central de l'hélium, possède un noyau CO (c'est-à-dire composé de carbone et d'oxygène) entouré d'une coquille de combustion de l'hélium. Les étoiles SAGB se caractérisent par l'allumage des réactions de fusion du carbone en dehors du centre, lors du flash du carbone. Il est suivi par une flamme qui, dans les modèles canoniques, atteint le cœur de l'étoile et transforme le noyau CO en un noyau dégénéré NeO (composé de néon et d'oxygène) [15, 16].

La fin de l'évolution de ces étoiles, très fortement dépendante du taux de perte de masse, est encore sujète à discussion. En effet, si elles sont essentiellement destinées à devenir des naines blanches, certaines d'entre-elles sont de sérieuses candidates pour la formation de supernovæ.

L'étude des étoiles SAGB a débuté par le calcul de modèles d'étoiles de 8 $M_{\odot}$ au début des années 1970 [17] et continue encore aujourd'hui [18, 16, 19, 20].

Cependant, il reste de nombreuses parts d'ombre concernant leur nucléosynthèse et l'apport chimique de ces étoiles au milieu interstellaire.

2.1.2 Évolution jusqu'au brûlage du carbone

L'évolution d'une étoile SAGB de 9,5 $M_{\odot}$, depuis l'allumage des réactions de fusion de l'hydrogène jusqu'à la fin du brûlage du carbone, est représentée dans le diagramme de Kippenhahn ci-dessous (figure 2.1(a)). Le diagramme de Kippenhahn permet d'étudier l'évolution structurelle d'une étoile, en fonction du temps. Les zones hachurées représentent les zones convectives, les tirets les zones de combustion et les pointillés situent le maximum de la production d'énergie nucléaire.

Le diagramme $\rho_c - T_c$ (densité et température centrale, figure 2.1(b)) permet également de suivre l'évolution de l'étoile.

L'évolution des étoiles SAGB, avant la combustion du carbone, est similaire à celle des étoiles moins massives. Ainsi, durant la séquence principale, le cycle CNO (*cf.* annexe C.2) fournit l'essentiel de l'énergie nucléaire et un cœur convectif se maintient jusqu'à la fin du brûlage de l'hydrogène.

Après la combustion centrale de l'hydrogène, les réactions nucléaires se maintiennent dans une coquille autour du noyau (HBS — Hydrogène Burning Shell) ; le noyau recommencant à se contracter gravitationnellement, le rayon de l'étoile augmente, et l'enveloppe convective s'étend en profondeur. Ce brassage convectif — ou dredge-up (1-DUP) — apporte à la surface les cendres du cycle CNO — ^{14}N , ^{13}C et ^4He essentiellement.

Lorsque la température atteint $\sim 10^8$ K au centre de l'étoile, les réactions de fusion de l'hélium commencent. Au centre, la structure se dilate avec la reprise des réactions nucléaires ; c'est pourquoi — dans le diagramme $\rho_c - T_c$ — la densité centrale diminue, au début de la combustion de l'hélium.

L'importante dépendance en température des réactions triple- α du brûlage de l'hélium (*cf.* annexe C.3) conduit à la formation d'un cœur convectif.

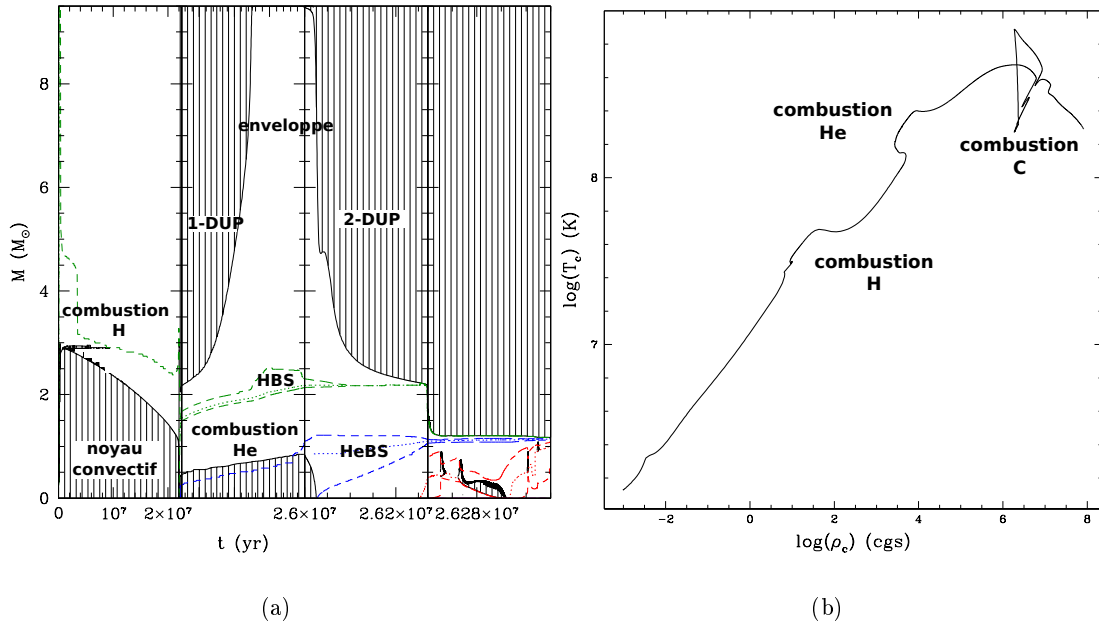


FIG. 2.1 – (a) Diagramme de Kippenhahn de l'évolution d'une étoile de $9,5 M_{\odot}$ jusqu'à la fin du brûlage du carbone. Les tirets délimitent les zones de brûlage de l'hydrogène (vert, **HBS**), de l'hélium (bleu, **HeBS**) et du carbone (rouge) ; les pointillés correspondent à la production maximale d'énergie nucléaire. (b) Diagramme $\rho_c - T_c$ d'une étoile de $9,5 M_{\odot}$ jusqu'à la fin du brûlage du carbone.

Après l'arrêt de la combustion de l'hélium dans le noyau, la contraction du cœur de l'étoile reprend ; la densité centrale augmente, ainsi que le taux de production de neutrinos plasma. Ce processus refroidit efficacement le noyau, qui devient de plus en plus dégénéré. La température maximale se déplace alors en dehors du cœur ; on observe une inversion de température. Un enfoncement de l'enveloppe convective se produit également, c'est le second brassage convectif — ou second dredge-up (2-DUP).

Lorsque la température maximale T_{max} atteint une valeur comprise entre 6 et $7 \cdot 10^8$ K, les réactions de fusion du carbone commencent, en dehors du noyau. La combustion du carbone

se fait en deux étapes : le *flash du carbone*, suivi de la propagation d'une *flamme convective* jusqu'au centre de l'étoile (figure 2.2(a))[16].

2.2 Combustion du carbone dans les étoiles SAGB, sans mélange thermohaline

Cette étude a été menée avec une étoile SAGB d'une masse de $9,5 M_{\odot}$ et de métallicité $Z = 0,02$.

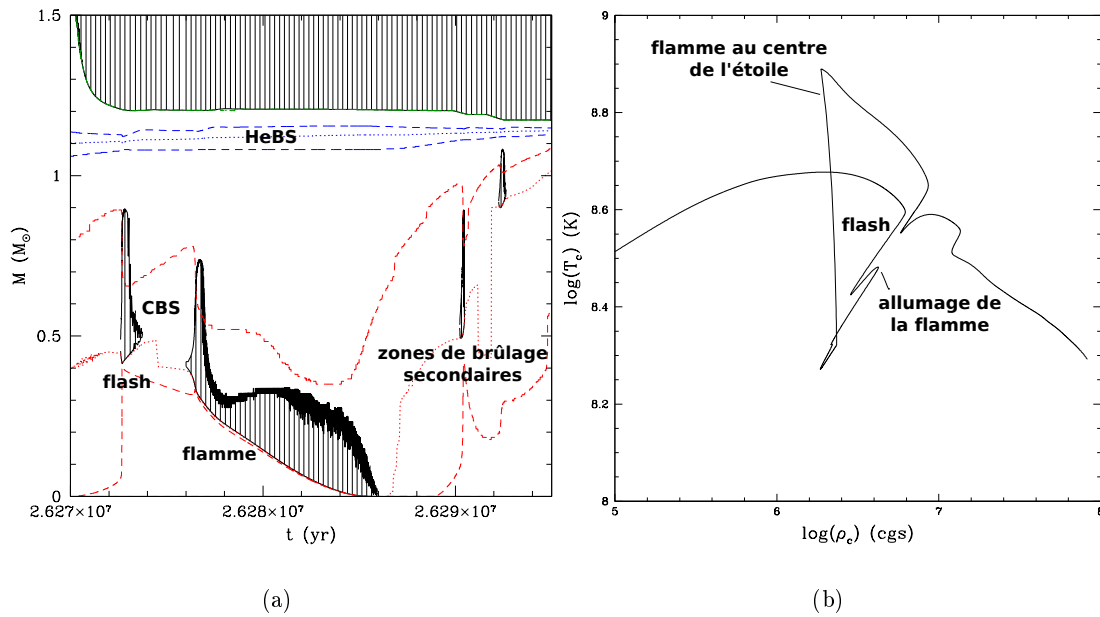


FIG. 2.2 – (a) Diagramme de Kippenhahn du flash et de la flamme d'une étoile de $9,5 M_{\odot}$. **CBS** localise la zone de brûlage du carbone, entre tirets; la zone où la production d'énergie est maximale est repérée par les pointillés. (b) Diagramme $\rho_c - T_c$ d'une étoile de $9,5 M_{\odot}$ pendant le flash et la flamme convective.

2.2.1 Le flash du carbone

Le flash du carbone correspond à l'allumage brutal des réactions de fusion de cet élément. Les deux principales réactions de fusion sont $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \alpha)^{20}\text{Ne}$ et $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, p)^{23}\text{Na}$. La troisième réaction la plus importante brûle de l'oxygène-16 : $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ (*cf.* annexe C.4). La luminosité émise par le brûlage du carbone atteint $10^7 L_{\odot}$. Ces trois réactions conduisent à la formation d'un noyau composé principalement de néon et d'oxygène (noyau NeO).

Dans la région où se produit le flash, les variations du gradient de température deviennent plus importantes, et une zone convective se met en place.

L'énergie produite par la combustion du carbone va essentiellement être convertie en travail, ce qui va provoquer une expansion importante de la structure de l'étoile, y compris des régions centrales. Cela explique la chute simultanée de T_c et ρ_c dans le diagramme $\rho_c - T_c$ (figure 2.2(b)).

Le réajustement structurel provoqué par le flash atténue peu à peu l'instabilité convective, jusqu'à la faire disparaître après quelques centaines d'années — environ 10^3 ans dans le modèle considéré. La contraction du cœur recommence alors.

2.2.2 Évolution de la flamme

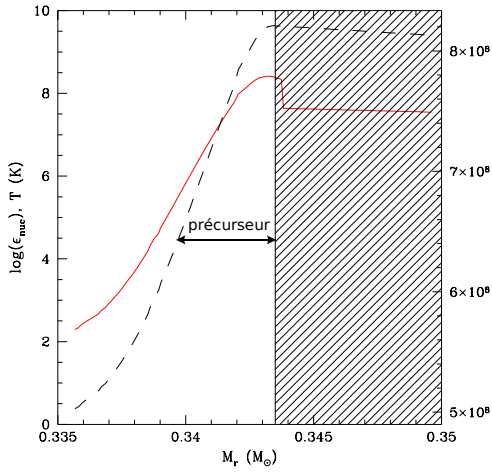


FIG. 2.3 – Énergie nucléaire produite (ϵ_{nuc} , traits pleins), température (T , pointillés) à la base de la flamme convective (zone hachurée), c'est-à-dire dans le précurseur.

L'énergie nucléaire est avant tout produite à la base de la flamme, dans une zone radiative de quelques kilomètres d'épaisseur. Cette zone où se situe l'essentiel de la production énergétique est appelée *précurseur de la flamme* (figure 2.3). Le précurseur chauffe les couches se situant sous la flamme convective. Ainsi, lorsque les réactions nucléaires ont brûlé le carbone, les cendres sont absorbées par la zone convective, et la flamme progresse vers l'intérieur.

Lorsque la flamme atteint le centre de l'étoile — en un temps τ_{flamme} de l'ordre de 10^5 ans pour une étoile de $9,5 M_{\odot}$ — la convection s'arrête, tandis que la combustion du carbone se poursuit dans une coquille, autour du noyau NeO nouvellement formé. Des zones convectives secondaires peuvent se former, pendant des temps très courts (de l'ordre de la dizaine d'années ; cf. figure 2.2(a)).

2.3 Combustion du carbone dans les étoiles SAGB, avec mélange thermohaline

Jusqu'à la fin de la combustion de l'hélium, les conditions nécessaires à la mise en place de la convection thermohaline (ici l'inversion du poids moléculaire moyen μ) ne sont pas satisfaites. Leur évolution ne diffère donc pas des étoiles sans mélange thermohaline.

La combustion du carbone avec mélange, pour une étoile SAGB de $9,5 M_{\odot}$, se fait elle aussi en deux étapes. Elle commence avec un flash et se poursuit lors de la propagation d'une flamme convective. La principale différence avec le modèle canonique est que la flamme n'atteint pas le centre de l'étoile (figure 2.4).

2.3.1 Étude comparée du flash et de la flamme

Sans mélange thermohaline, la combustion du carbone dans une étoile SAGB de $9,5 M_{\odot}$ commence avec un flash de 10^3 ans ayant une extension spatiale de $0,5 M_{\odot}$. La base du flash — où l'essentiel des réactions nucléaires se produit — se situe à $0,4 M_{\odot}$ du centre de l'étoile.

S'ensuit une flamme convective ayant une extension spatiale moyenne de $0,24 M_{\odot}$. La flamme commence sa progression à $0,4 M_{\odot}$ du centre de l'étoile et atteint le centre en 10 100 ans.

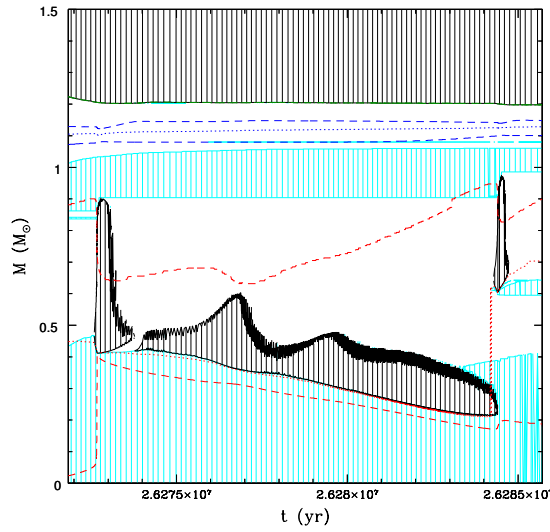


FIG. 2.4 – Diagramme de Kippenhahn d'une étoile de $9,5 M_{\odot}$ avec mélange, durant le flash et la flamme convective. En hachurés noir, les zones convectives ; en hachurés cyan, les zones de convection thermohaline.

La combustion du carbone avec mélange, pour une même étoile, commence elle aussi avec un flash de 10^3 ans ayant une extension spatiale de $0,5 M_{\odot}$. La base du flash se situe à $0,4 M_{\odot}$ du centre de l'étoile. La flamme convective qui se développe ensuite se propage durant 10 250 ans, avec une extension spatiale moyenne de $0,16 M_{\odot}$. La flamme commence sa progression à $0,4 M_{\odot}$ du centre de l'étoile et s'arrête à $0,2 M_{\odot}$ du centre.

2.3.2 Vérifications numériques

J'ai effectué deux types de vérifications pour m'assurer que l'arrêt de la flamme ne résulte pas d'un problème numérique. Dans les tests effectués, j'ai amélioré d'une part la résolution temporelle, et d'autre part la résolution spatiale.

Résolution temporelle

Le temps caractéristique de brûlage d'un élément chimique i est donné par $\tau_{\text{nuc}}^i = \frac{X_i}{dX_i/dt}$, dX_i/dt étant donné à la section B.5.

Le programme STAREVOL contraint l'évolution chimique du modèle considéré en imposant un pas de temps plus petit que le produit de τ_{nuc}^i de chaque élément chimique intervenant dans l'énergétique de l'étoile et d'un facteur f_i . Les éléments chimiques concernés ici sont l'hydrogène, l'hélium et le carbone. Ainsi, seule une fraction f_i du combustible pourra être brûlée sur un pas de temps.

En modifiant ce facteur f_i , on peut diminuer le pas de temps et ainsi augmenter la résolution temporelle. Le facteur f_i traditionnellement utilisé est de 0,05, il a été diminué jusqu'à une valeur de 0,03. On passe d'un pas de temps de l'ordre de la dizaine d'années à un pas de l'ordre de l'année. Cependant la résolution temporelle était déjà suffisamment satisfaisante, cette amélioration n'entraîne pas de modification dans les résultats obtenus.

Résolution spatiale

Le programme STAREVOL possède différents paramètres permettant de contraindre la discrétisation en masse de l'étoile. Si la masse d'une couche donnée varie excessivement, de nouvelles couches seront rajoutées. A contrario, si les variations sont trop faibles, des couches seront supprimées. D'autre part, en imposant par exemple de plus fortes contraintes sur les différents profils de température ou de densité, on augmente le nombre de couches, et ainsi la résolution spatiale.

Habituellement, une couche est ajoutée lorsque les variations dépassent les 12 %, et elle est retirée lorsqu'elles sont en deça de 2 %. Pour améliorer la résolution spatiale, j'ai modifié ces paramètres, leur attribuant respectivement une valeur de 5 % et de 0,7 %. Le nombre moyen de couches est ainsi passé d'environ 2000 à plus de 3500.

L'amélioration des résolutions spatiale et temporelle ne modifie pas les résultats obtenus ; la flamme progresse moins rapidement et la convection thermohaline arrête la flamme avant qu'elle n'atteigne le cœur de l'étoile.

Ainsi, les tests que j'ai menés assurent que les conséquences de la convection thermohaline ne sont pas le fruit de biais numériques.

2.3.3 Semi-convection, nucléosynthèse et gradient de poids moléculaire moyen

Afin de m'assurer de la validité des résultats obtenus, j'ai conduit d'autres tests. Tout d'abord, j'ai pris en compte la semi-convection, un autre processus de mélange. Ensuite, j'ai testé le traitement numérique de la nucléosynthèse. Enfin, j'ai utilisé une autre approximation pour le calcul du gradient de poids moléculaire moyen.

Semi-convection

Lorsqu'une région convective se développe, une partie de ses matériaux est mélangée avec ceux des régions adjacentes. Ce mélange provoque un réajustement des paramètres physiques qui dépendent de la composition chimique de ces couches, celle-ci étant modifiée par le mélange. Ce réajustement peut provoquer une instabilité convective dans les couches adjacentes. Si elles deviennent instables, elles ne forment plus qu'une unique zone convective. A contrario, si elles restent stables, elle définissent la limite de la région convective.

Il existe cependant une troisième possibilité : une zone *semi-convective* peut apparaître. Dans cette zone, le gradient de poids moléculaire moyen empêche la convection de se développer, cette zone est convective selon le critère de Schwarzschild (équation B.16), mais pas selon le critère de Ledoux (équation B.15). La convection ajuste la composition chimique en chaque point afin de rendre cette région globalement *neutre* face à la convection [21, 22]. On obtient donc une zone globalement stable et à la composition inhomogène.

Le critère pour que la semi-convection se mette en place est similaire à celui du mélange thermohaline, mais avec $\nabla_\mu > 0$. On écrit donc :

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad} + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_\mu, \quad \nabla_\mu > 0. \quad (2.1)$$

Il est intéressant de confronter le mélange thermohaline à la semi-convection car elle peut potentiellement annuler les effets du mélange thermohaline. En effet, la semi-convection empêchant la convection de se développer, elle peut rendre la convection thermohaline inopérante. Si c'est le cas, cela réduirait la validité de ce travail. C'est pourquoi j'ai inclus la semi-convection dans un calcul où la convection thermohaline était active.

Il n'y a pas eu de modifications des résultats. Les zones où le mélange thermohaline a un effet significatif sur la composition de l'étoile, situées entre le centre et la base du flash et de

la flamme convective, ne sont pas concernées par la semi-convection. Les conséquences de la convection thermohaline sont donc les mêmes : la flamme se propage et s'éteint avant d'avoir atteint le centre de l'étoile.

Traitement de la nucléosynthèse et du mélange

Il existe plusieurs manières d'envisager le calcul de la nucléosynthèse. Lorsque les temps caractéristiques nucléaire et de diffusion diffèrent de plusieurs ordres de grandeur, la manière dont le programme STAREVOL traite la nucléosynthèse est simple et n'influe pas sur les résultats.

Tout d'abord, si $\tau_{diff} \ll \tau_{nuc}$ — avec τ_{diff} le temps caractéristique de diffusion, et τ_{nuc} le temps caractéristique nucléaire —, le mélange est très efficace et on peut considérer que les variations des abondances des différents éléments chimiques sont faibles sur un pas de temps Δt . On peut alors traiter séparément ces deux processus : on fait d'abord agir le mélange avant d'appliquer la nucléosynthèse aux couches considérées. C'est le traitement qui a été privilégié dans les autres calculs que j'ai réalisés.

Si $\tau_{diff} \gg \tau_{nuc}$, la diffusion se fait lentement, on procède à la nucléosynthèse sans tenir compte des processus de diffusion.

Si $\tau_{diff} \sim \tau_{nuc}$, on ne peut plus considérer que les variations d'abondances sont faibles sur le pas de temps Δt . Il faut alors prendre en compte simultanément les processus de mélange et la nucléosynthèse. Cela revient à résoudre une équation différentielle pour Y_i prenant en compte la diffusion¹. Ce calcul est exact, mais il est lourd à mener. C'est pourquoi on envisage un dernier cas.

Plutôt que de traiter simultanément nucléosynthèse et mélange, on calcule l'évolution des abondances dans chacune des couches avant de procéder au mélange. Cette approche est une très bonne approximation dans la mesure où τ_{diff} et τ_{nuc} restent inférieurs au pas de temps Δt , ainsi que lorsque $\tau_{diff} < \Delta t < \tau_{nuc}$. Nous nous trouvons ici dans le cas où $\tau_{diff} < \Delta t < \tau_{nuc}$, τ_{diff} étant de l'ordre de 10^{-19} ans tandis que Δt et τ_{nuc} sont de l'ordre de l'année.

Ce traitement de la nucléosynthèse, plus fin, donne des résultats identiques à ceux que j'avais obtenu précédemment ; la flamme connaît la même progression, s'arrête également avant d'atteindre le centre de l'étoile, les échelles de temps sont identiques, ainsi que les extensions spatiales du flash et de la flamme.

Gradient de poids moléculaire moyen

Le poids moléculaire moyen est défini par l'équation 1.3 (section 1.1.2), avec, pour un élément i , $1/\mu_{ion} = \sum_i X_i/A_i$ et $1/\mu_e = \sum_i f_i Z_i X_i/A_i$, f_i étant la fraction d'ionisation.

Habituellement, le calcul du gradient de poids moléculaire moyen est mené en considérant que f_i est nul. On fait donc l'approximation $\mu = \mu_{ion}$, donc $\nabla_\mu = \nabla_{\mu_{ion}}$.

Dans ce test, j'ai pris $f_i = 1$ pour calculer le gradient. On fait ici l'approximation que les éléments chimiques sont entièrement ionisés. On a alors $1/\mu_e = \sum_i Z_i X_i/A_i$; on obtient ∇_μ avec $\mu = \mu_{ion} \cdot \mu_e / (\mu_{ion} + \mu_e)$. Étant données les conditions de température et de pression dans les couches où se déroule le mélange thermohaline, cette approximation est une meilleure approximation que la précédente, pour les zones dans lesquelles se produit le mélange.

¹cette équation étant $dY_i/dt = \sum_{kj} \mathcal{N}_A \rho \langle \sigma v \rangle Y_k Y_j + \partial/\partial m (D \partial Y / \partial m)$, avec Y_i et Y_k les abondances molaires de j et k , σ la section efficace de j et k , v leur vitesse relative et D un facteur de conversion entre dérivée lagrangienne et eulérienne

À nouveau, ce test que j'ai mené a confirmé les résultats obtenus précédemment. Ce traitement du poids moléculaire moyen, plus réaliste, ne modifie pas la mise en place de la convection thermohaline et ses conséquences sur l'intérieur stellaire.

2.3.4 Début de la combustion du carbone

La mise en place du mélange thermohaline va coïncider avec le début de la combustion du carbone. Les origines de ce mélange vont être analysées, ainsi que les facteurs significatifs rentrant en compte dans le coefficient de diffusion du mélange thermohaline.

Origine du mélange thermohaline

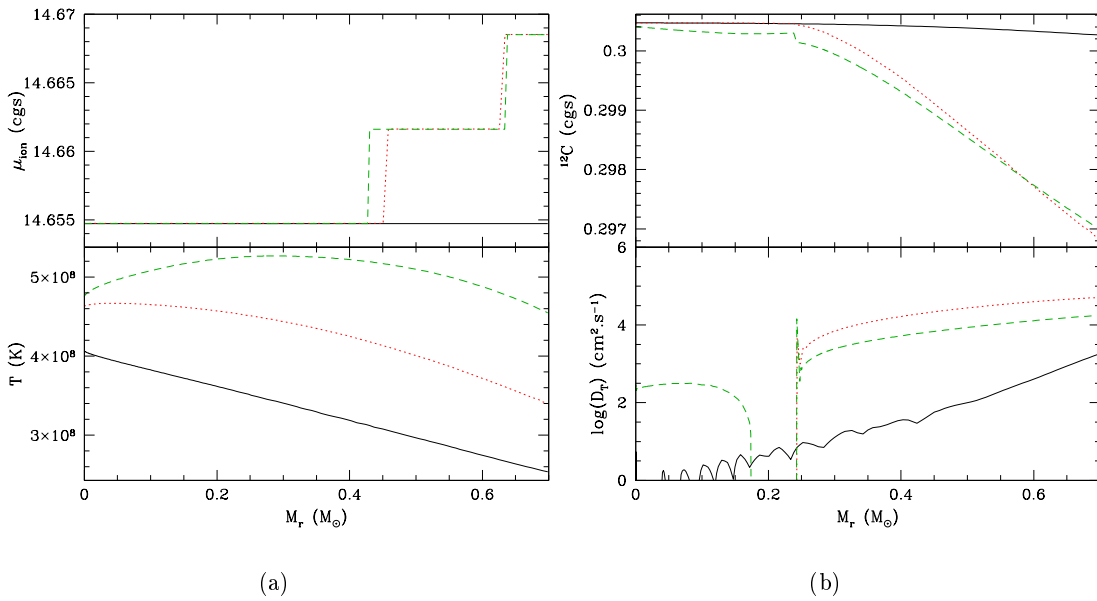


FIG. 2.5 – (a) Évolution du poids moléculaire moyen ionique (μ_{ion}) et de la température entre la fin du brûlage de l'hélium et avant le flash du carbone. (b) Évolution de l'abondance en ^{12}C et du coefficient de mélange thermohaline (D_T) entre la fin du brûlage de l'hélium et le flash du carbone.

Avant même le flash, lorsque les réactions de fusion du carbone débutent une inversion du poids moléculaire moyen se développe. En effet, la fusion du carbone synthétise essentiellement du ^{20}Ne et ^{23}Na ; on obtient ainsi des espèces chimiques plus lourdes — ^{20}Ne et ^{23}Na — au-dessus d'espèces chimiques plus légères — le carbone et l'oxygène, produits précédemment lors de la combustion centrale de l'hélium. Cette inversion du poids moléculaire moyen est une condition *sine qua non* à la mise en place du mélange thermohaline (*cf.* section 1.2.2).

Dès que les conditions nécessaires à l'apparition de la convection thermohaline sont réunies (figure 2.5(a)), le mélange est actif (figure 2.5(b)).

Facteurs significatifs du coefficient de mélange

Le coefficient de diffusion du mélange thermohaline est donné par [12]

$$D_T = C_T K_T \left(\frac{\varphi}{\delta} \right) \frac{-\nabla_\mu}{\nabla_{ad} - \nabla}, \quad \text{si } \nabla_\mu < 0 \text{ et } \nabla < \nabla_{ad}.$$

La forme et l'intensité du coefficient de diffusion du mélange thermohaline sont essentiellement dues à celles du gradient de poids moléculaire moyen ∇_μ et du coefficient de diffusion thermique K_T , respectivement (figure 2.6(a)).

Il est intéressant de remarquer que les deux paramètres contraignant le coefficient du mélange sont ceux reliés aux causes du mélange — gradient de température et gradient de poids moléculaire moyen.

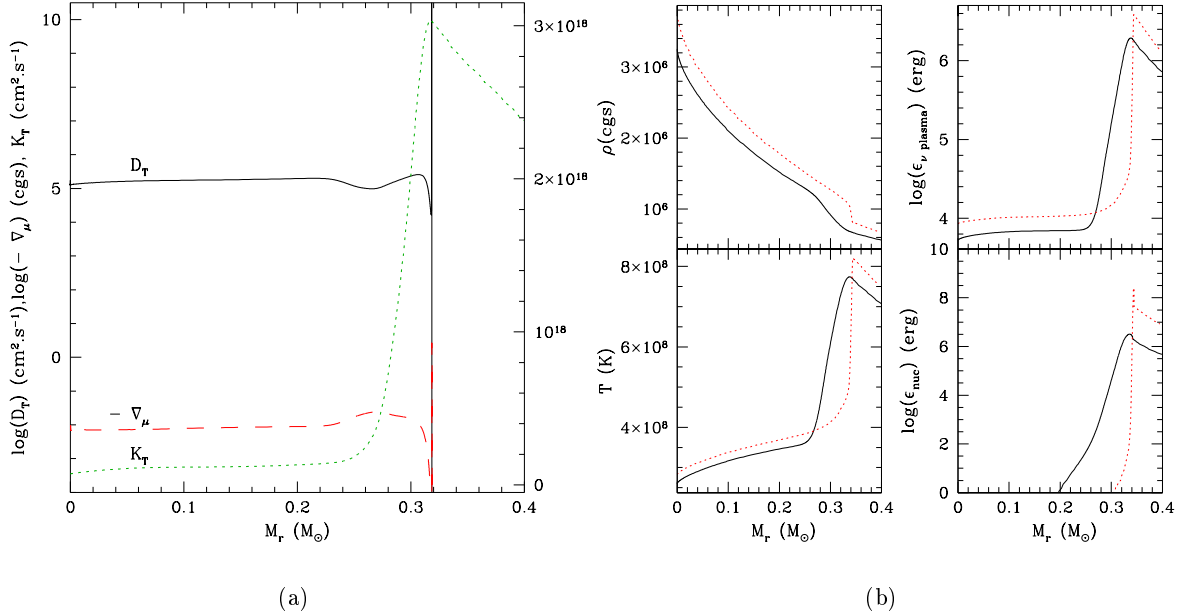


FIG. 2.6 – (a) Comparaison des profils du coefficient de diffusion du mélange thermohaline (D_T , traits pleins), du gradient de poids moléculaire moyen (∇_μ , tirets) et du coefficient de diffusion thermique (K_T , pointillés, échelle de droite). (b) Profils des densité ρ , température T , de production d'énergie des neutrinos ϵ_ν et énergie nucléaire ϵ_{nuc} dans une étoile de $9,5 M_\odot$ avec (traits pleins) et sans mélange thermohaline (pointillés).

2.3.5 Effets de la convection thermohaline

En absence de mélange, la flamme progresse en brûlant le carbone à sa base et en emportant les cendres de cette combustion dans sa zone convective. On observe donc une discontinuité de l'abondance de carbone ($X(^{12}\text{C})$) à la base de la flamme convective, due à cette combustion localisée (figure 2.7(a), courbe en tirets).

L'effet de la diffusion sur l'abondance du carbone, s'il est évident en-dessous de la flamme, l'est moins dans et au-dessus de la flamme. La première raison est que le carbone est brûlé dans le précurseur de la flamme, ce qui peut modifier significativement les abondances. Est-il diffusé dans les couches supérieures ou est-il brûlé ? La seconde raison est qu'il peut être difficile de comparer les calculs avec et sans mélange thermohaline ; en effet, les différents paramètres physiques n'ont pas évolué de la même manière jusqu'à cette étape.

Afin de m'assurer de l'effet de la convection thermohaline sur les variations d'abondance du carbone, j'ai relancé un calcul pendant la propagation de la flamme convective, en y activant ce processus de mélange. Ce test, artificiel, permet d'avoir un meilleur aperçu des effets de la convection thermohaline sur la flamme : on observe directement les modifications occasionnées par le mélange. La figure 2.7(a) provient de cette simulation, on visualise alors clairement l'effet

de la diffusion du carbone, qui vient enrichir la flamme et les couches situées au-dessus.

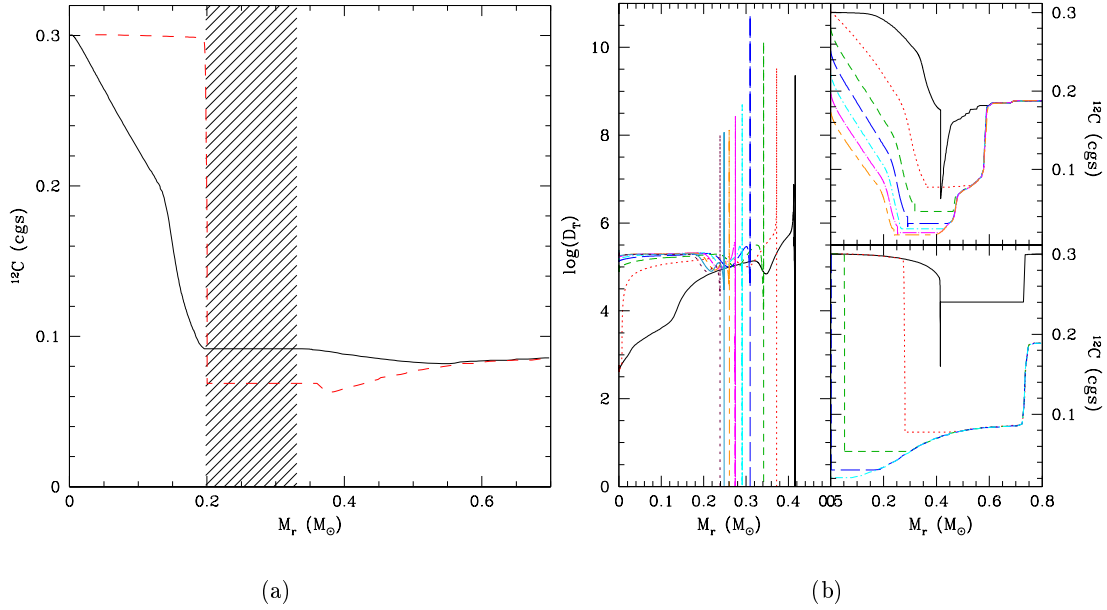


FIG. 2.7 – (a) Profils d’abondance de ^{12}C sous la flamme convective. En traits pleins, l’abondance en ^{12}C avec le mélange thermohaline, en tirets, l’abondance en ^{12}C sans mélange thermohaline et en hachurés, la flamme convective. (b) Évolution des profils du coefficient de diffusion de la convection thermohaline et de l’abondance en ^{12}C à la base de la flamme entre le début et la fin de la flamme, sans (haut) et avec (bas) mélange thermohaline.

Le carbone qui se trouve sous la flamme convective diffuse vers l’extérieur. Ainsi, son abondance décroît lentement, de 0,3 au centre à une valeur comprise entre 0,01 et 0,1 dans le précurseur ; elle est ainsi plus faible dans le précurseur qu’elle ne l’était en absence de mélange. Dans la flamme convective et au-delà, elle augmente, comparativement au cas sans mélange thermohaline (figure 2.7(a) et figure 2.7(b)).

La diffusion due au mélange thermohaline provoque d’importantes variations des abondances (en carbone, mais aussi en oxygène et en leurs produits de fusion — néon et sodium). Elle est à la base de toutes les autres modifications dues à la convection thermohaline : la vitesse de la flamme et l’énergie ϵ_{nuc} sont liées à $X(^{12}\text{C})$. La température est également modifiée, car elle dépend de l’énergétique de l’étoile. La densité ρ dépendant de la température, elle varie aussi. L’ensemble de ces grandeurs physiques joue un rôle dans l’arrêt de la flamme, qui est donc indirectement provoquée par ces variations d’abondances.

2.3.6 Étude de la progression de la flamme

Les conséquences du mélange thermohaline sur la combustion du carbone sont le ralentissement de la vitesse de la flamme, et l’arrêt de celle-ci avant qu’elle n’atteigne le centre de l’étoile.

Vitesse de la flamme

L’abondance en ^{12}C est plus faible dans le précurseur (figure 2.7(a), section 2.3.5). La production d’énergie nucléaire (essentiellement due au brûlage du carbone) est liée à l’abondance

en ^{12}C . Or, l'abondance est moins importante avec le mélange thermohaline (figure 2.7(b)) ; il en résulte que l'énergie nucléaire produite est beaucoup plus faible, de deux ordres de grandeur.

La vitesse de la flamme est donnée par [23] :

$$v_{\text{flamme}} = X(^{12}\text{C}) \left(\frac{\rho}{10^6} \right)^{1/2} \left(\frac{T}{10^9} \right)^{14}, \quad (2.2)$$

avec $X(^{12}\text{C})$ la fraction de masse en carbone-12, ρ la densité et T la température, en *cgs*. Non seulement la vitesse de la flamme dépend linéairement de l'abondance en carbone, plus faible à la base de la flamme en raison du mélange, mais elle dépend également de la température et de la densité, dont les valeurs sont moindres avec la convection thermohaline (*cf.* section 2.3.5). Ainsi, les variations d'abondance en ^{12}C à la base de la flamme sont la cause de sa progression plus lente vers le centre de l'étoile.

À un instant donné de la progression de la flamme, sa vitesse peut varier d'un ordre de grandeur (de l'ordre de $0,001 \text{ cm.s}^{-1}$ pour la flamme avec mélange, et de l'ordre de $0,01 \text{ cm.s}^{-1}$ sans mélange).

Arrêt de la flamme

En absence de mélange thermohaline, la flamme s'éteint après avoir atteint le centre de l'étoile. Elle a alors brûlé tout le carbone entre $0,4 M_{\odot}$ (profondeur du flash) et le centre de l'étoile. Quel est le mécanisme qui provoque l'arrêt de la flamme, en présence de mélange ?

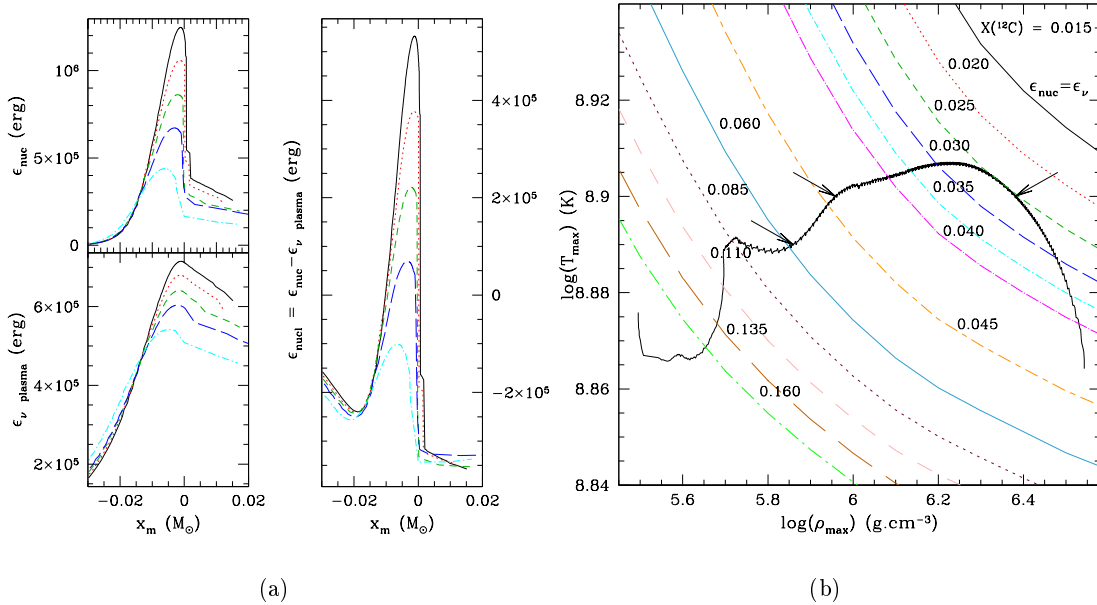


FIG. 2.8 – (a) Panneaux de gauche : énergie nucléaire ϵ_{nuc} et perte neutrinique ϵ_{ν} à la fin de la flamme, pour une étoile de $9,5 M_{\odot}$. Panneau de droite : différence des deux énergies ϵ_{nuc} et ϵ_{ν} ; lorsque $\epsilon_{\text{nuc}} - \epsilon_{\nu} < 0$, le milieu se refroidit. (b) Diagramme $\rho_{\text{max}} - T_{\text{max}}$ durant la propagation de la flamme. Les lignes pointillées représentent la ligne de combustion du carbone pour différentes abondances (la ligne noire en traits pleins correspondant à l'abondance la plus faible). La première flèche (la plus à gauche) est associée à une abondance en ^{12}C de 0,062, la deuxième à 0,046 et la dernière à 0,014.

En présence de mélange, l'abondance en carbone diminue constamment dans le précurseur (*cf.* figure 2.7(b)), ce qui entraîne une chute constante de la production d'énergie nucléaire. Si

l'énergie perdue par les neutrinos dépend de la température, elle ne dépend que faiblement de l'abondance en carbone. Ainsi, pour une température donnée, l'énergie perdue par les neutrinos sera faiblement modifiée par le mélange, contrairement à l'énergie nucléaire produite.

Du fait de ces dépendances, lorsque l'abondance en carbone est suffisamment faible (figure 2.8(a)), le taux de production d'énergie nucléaire ϵ_{nuc} devient inférieur à celui associé aux pertes neutriniques ϵ_ν entre le centre de l'étoile et la flamme. L'abondance continuant de décroître à la base de la flamme à cause du mélange et de la combustion du carbone dans le précurseur, l'énergie nucléaire fait de même ; les pertes neutriniques deviennent plus importantes que l'énergie fournie par la combustion du carbone. Cela entraîne une baisse de la température (visible dans le diagramme $\rho_{max} - T_{max}$, figure 2.8(b)). L'énergie perdue par les neutrinos plasma est moins sensible aux variations de température que l'énergie nucléaire ; on observe donc un effet « boule de neige ». La température baisse, diminuant conséquemment l'énergie nucléaire et la décroissance des pertes neutriniques est moins importante. Cela entraîne une baisse plus prononcée de la température, ce qui provoque un refroidissement et une extinction rapide de la flamme ; après que ϵ_{nucl} — la différence entre ϵ_{nuc} et ϵ_ν — soit devenue négative. La flamme se propage pendant encore une centaine d'années.

Le diagramme $\rho_{max} - T_{max}$ (figure 2.8(b)) représente l'évolution, durant la progression de la flamme, des température et densité maximales. Les température et densité maximale se situent à la base de la flamme, dans le précurseur. Les courbes tracées dans le plan $\rho_{max} - T_{max}$ correspondent à des lignes de combustion du carbone pour des abondances en ^{12}C comprises entre 0,015 et 0,18. Ces courbes sont définies par $\epsilon_{nuc} = \epsilon_\nu$: si $\epsilon_{nuc} > \epsilon_\nu$, l'énergie nucléaire produite est supérieure aux pertes neutriniques, le carbone brûle ; si $\epsilon_{nuc} < \epsilon_\nu$, les pertes sont plus importantes que l'énergie nucléaire produite, le milieu se refroidit et le carbone ne peut brûler.

On peut associer une ligne de combustion du carbone à chaque point de la courbe d'évolution de T_{max} en fonction de ρ_{max} . En effet, l'abondance en carbone, ρ_{max} et T_{max} évoluent conjointement. Ainsi, si à un instant donné, un point de la courbe d'évolution de T_{max} en fonction de ρ_{max} est situé au-dessus de la ligne de combustion du carbone qui correspond à l'abondance en ^{12}C de ce point, on se trouve dans une situation où $\epsilon_{nuc} > \epsilon_\nu$: la combustion du carbone a lieu. Sur la figure 2.8(b), à la première flèche est associée une abondance de 0,062, à la deuxième flèche une abondance de 0,046 et à la dernière une abondance de 0,014. Dans les deux premiers cas, le carbone brûle, dans le dernier cas, les pertes neutriniques sont plus importantes que la combustion s'arrête.

Le diagramme $\rho_{max} - T_{max}$, associé aux courbes de combustion du carbone, permet de comprendre l'extinction de la flamme. En effet, lorsque $\log(T_{max})$ atteint 8,9, l'abondance en carbone est de l'ordre de 0,025 ; le diagramme $\rho_{max} - T_{max}$ passe alors sous la courbe de combustion du carbone.

2.3.7 Évolution des abondances dans le noyau

L'évolution des étoiles SAGB dépend fortement de la masse du noyau. Quand le noyau s'effondre gravitationnellement — ayant atteint la masse de Chandrasekhar (masse limite que la pression de dégénérescence électronique peut supporter sans qu'il y ait d'effondrement gravitationnel), le rôle de sa composition chimique est déterminant. À la fin de la vie de l'étoile, des captures électroniques du ^{24}Mg puis du ^{20}Ne se produisent dans le noyau NeO dégénéré, ce qui conduit finalement à l'allumage explosif de la combustion de l'oxygène. Le noyau donne alors naissance à une supernova et forme une étoile à neutrons. Les étoiles SAGB les plus massives sont susceptibles de connaître un tel destin ; l'abondance central en carbone peut alors jouer un

rôle important [24].

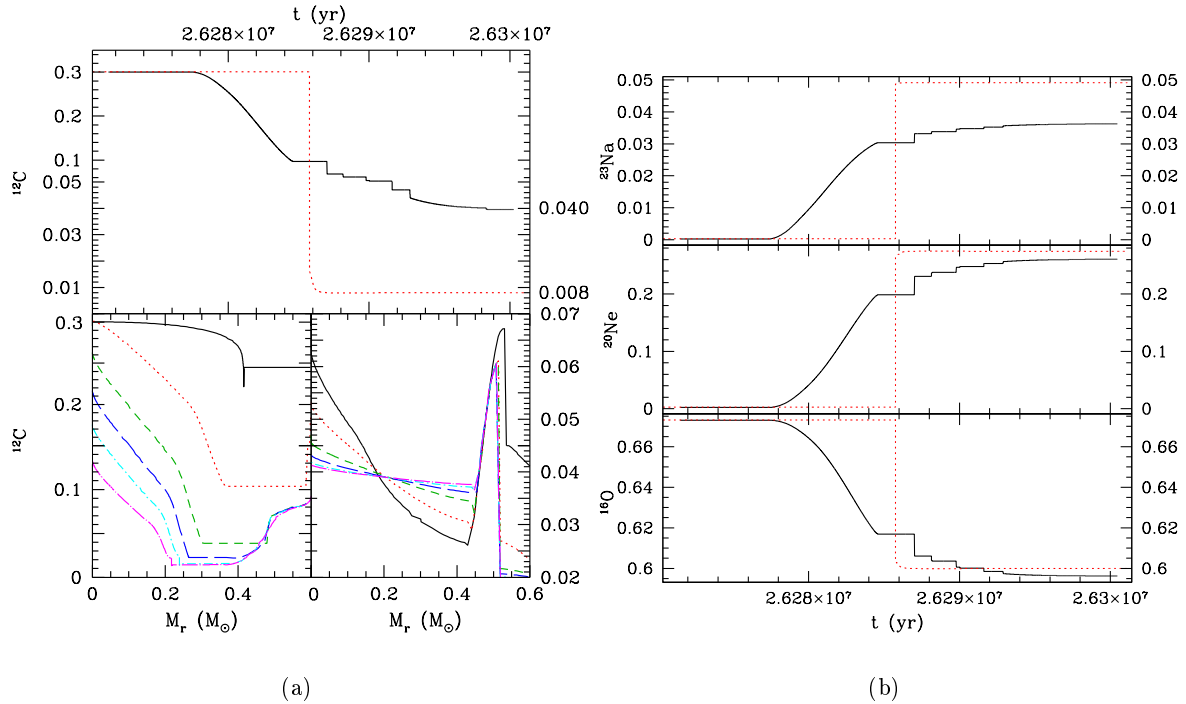


FIG. 2.9 – (a) Évolution de l’abondance en carbone dans le noyau au cours du temps, avec (traits pleins) et sans (tirets) mélange thermohaline (haut) ; l’échelle de ^{12}C est non-linéaire. Évolution des profils d’abondance en carbone dans le noyau durant le flash et la propagation de la flamme (gauche) et après l’arrêt de la flamme (droite), avec mélange thermohaline. (b) Évolution des abondances en oxygène, néon et sodium dans le noyau au cours du temps, avec (traits pleins) et sans (tirets) mélange thermohaline.

En absence de convection thermohaline, le carbone du noyau est brûlé lorsque la flamme atteint le centre. L’abondance chute de 30 % à 0,8 % (figure 2.9(a), courbe en pointillés).

Lorsqu’on tient compte du mélange thermohaline, l’abondance en carbone décroît progressivement de 30 à 10 % (figure 2.9(a), courbe en traits pleins (haut)) ; il est mélangé et emporté dans le précurseur, où il est brûlé. La flamme n’atteint pas le centre ; ainsi, la quantité de carbone restante dans le noyau est non négligeable. Lorsque la flamme s’arrête, l’abondance continue de diminuer jusqu’à atteindre 4 % ; le mélange, toujours actif dans le cœur après l’extinction de la flamme, homogénéise l’abondance en carbone (figure 2.9(a), droite).

Le pic observable sur la figure 2.9(a) (panneau de droite) correspond à la zone entre la limite supérieure de la flamme et la base de la première instabilité convective qui se produit après l’arrêt de la flamme. Dans cette zone, le carbone n’est pas brûlé. De plus, l’instabilité convective suivant la flamme est trop courte pour pouvoir le lisser. Enfin, le mélange agit dans le noyau pour l’homogénéiser, mais étant plus important au centre de l’étoile, il ne parvient pas à lisser efficacement ce pic.

Enfin, les variations d’abondance dépendant de la combustion du carbone, elles sont directement liées aux variations de la production d’énergie nucléaire. Elle augmente fortement lors des épisodes explosif de la combustion (flash, flamme, instabilités convectives), ce qui explique les marches visibles dans les variations d’abondance.

Les abondances des autres espèces chimiques présentes dans le noyau évoluent comme celle

du carbone (figure 2.9(b)). L'abondance en oxygène décroît continûment et les abondances en néon et sodium croissent. Leurs variations sont progressives durant la progression de la flamme.

Lorsqu'il n'y a pas de convection thermohaline, on observe une discontinuité dans ces variations qui correspond à l'arrivée de la flamme au centre. Elle s'éteint alors rapidement, l'oxygène est donc brûlé partiellement. Le néon et le sodium sont produits par la combustion du carbone.

Les différences entre les abondances avec et sans mélange sont relativement faibles ; en tenant compte de la convection thermohaline, l'abondance d'oxygène est plus faible de 0,6 %, celle du néon l'est de 4 %, et celle du sodium de 26 %. L'abondance en carbone est plus élevée de 400 %.

2.3.8 Temps caractéristique du mélange thermohaline

On peut estimer le temps caractéristique local du mélange thermohaline par $\tau_T \propto \Delta r^2 / D_T(r)$. Dans le précurseur, là où le coefficient de diffusion de la convection thermohaline est le plus important, le temps caractéristique local est de l'ordre de 10^{-5} ans.

À l'aide de ce temps caractéristique local, on peut déterminer un temps de diffusion τ_{diff} évaluant le temps nécessaire à une particule pour diffuser depuis une couche donnée de l'étoile jusqu'au centre (figure 2.10). τ_{diff} est obtenu en sommant les temps caractéristiques locaux jusqu'au cœur de l'étoile. Ainsi, le temps nécessaire à une particule pour diffuser depuis le précurseur de la flamme jusqu'au centre de l'étoile est de l'ordre de 10^4 ans. Ce résultat est confirmé par la figure 2.9(a) : il faut environ 15 000 ans au mélange pour atteindre le cœur et que l'abondance en carbone atteigne sa valeur minimale, de 0,04.

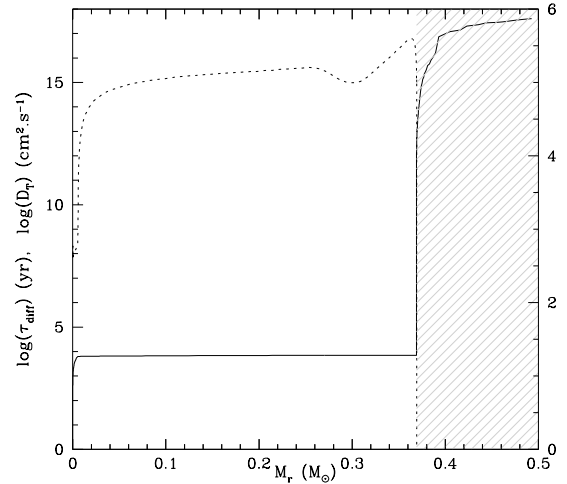


FIG. 2.10 – Profils logarithmiques du temps de diffusion du mélange thermohaline (τ_{diff} , traits pleins) et du coefficient de mélange (D_T , pointillés). En hachurés, la flamme convective.

2.4 Évolution en fonction de la masse initiale

L'évolution des étoiles de masse comprise entre 8,7 et 11 $M_\odot$ est similaire à celle d'une étoile de 9,5 $M_\odot$. Dans l'ensemble des modèles que j'ai étudié suite aux différents calculs que j'ai effectué, la combustion du carbone commence en dehors du noyau et n'atteint pas le centre de l'étoile lorsque la convection thermohaline est active (figure 2.4.1).

2.4.1 Flash et flamme

Flash

Lorsque la masse augmente, le flash se produit de plus en plus près du centre de l'étoile (m_C , tableau 2.4.1). Cela est dû à la dégénérescence du cœur, qui diminue avec l'augmentation de la masse de l'étoile.

L'évolution de la durée du flash en fonction de la masse (*cf.* tableau 2.4.1) est essentiellement due aux variations d'abondances en ^{12}C ($X(^{12}\text{C})$) à la base du flash et de la flamme convective. En absence de mélange thermohaline, deux effets contraires entrent en jeu dans les variations en fonction de la masse de l'abondance en carbone. D'une part, l'abondance en carbone diminue quand la masse augmente, la production d'oxygène via la réaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ étant favorisée

par les températures plus élevées atteintes au centre de ces étoiles. D'autre part, le carbone est plus efficacement brûlé dans les étoiles de masse plus faible. En effet, les températures atteintes dans le précurseur sont plus importantes (étant liées à l'énergétique de cette région) ; de plus, la zone convective a une extension spatiale (Δm) moins importante. Il faut ajouter à cela l'effet de la convection thermohaline, qui va diminuer efficacement l'abondance en carbone à la base de la flamme. La durée du flash dépend donc de la compétition entre ces trois effets. On observe un maximum pour une étoile de $10,5 M_{\odot}$.

Dans les étoiles de moins de $9,5 M_{\odot}$, plusieurs flashes se développent, alors qu'en absence de mélange un unique flash apparaît. La dégénérescence plus élevée des étoiles moins massives permet d'atteindre des températures plus importantes à la base des zones convectives, où se déroulent les réactions nucléaires. Ainsi, l'énergie nucléaire produite est plus importante, car elle a une forte dépendance en température. Bien que l'abondance en carbone décroisse plus rapidement à la base du flash, l'énergie nucléaire produite est plus sensible aux variations de température qu'aux variations d'abondance en carbone. Il en résulte une énergie produite assez élevée pour voir apparaître — lorsque la deuxième zone convective se développe — non pas une flamme convective, mais un second flash. Pour les étoiles les moins massives, un troisième flash peut se produire (*cf.* tableau 2.4.1, étoiles de $8,7 M_{\odot}$).

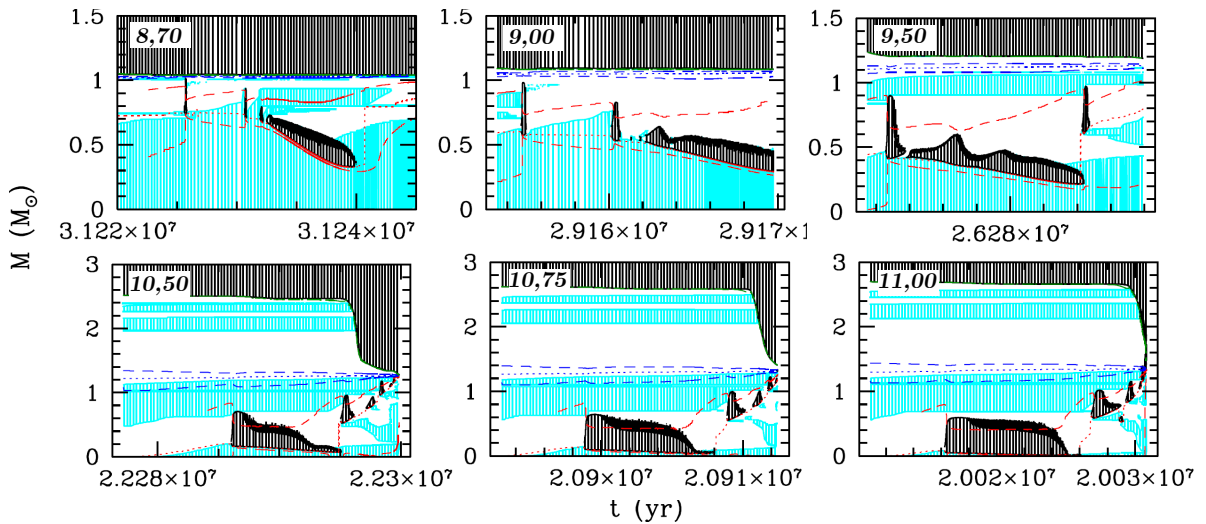


FIG. 2.11 — Diagrammes de Kippenhahn d'étoiles de $8,70$, $9,00$, $9,50$, $10,5$, $10,75$ et $11,0 M_{\odot}$ avec mélange, durant le(s) flash(s) du carbone et la flamme convective. En hachurés, les zones convective; en hachurés cyan, les zones de convection thermohaline.

Flamme

La flamme se développe, comme dans le cas de l'étoile de $9,5 M_{\odot}$ étudiée précédemment, près de la discontinuité d'abondance en ^{12}C laissée par le flash. La durée Δt de propagation de la flamme est une fonction croissante de la masse jusqu'à $9,5 M_{\odot}$. Les flashes successifs brûlent plus efficacement le carbone qu'un unique flash, l'abondance en carbone dans le précurseur au début de la flamme est donc plus faible dans les étoiles les moins massives. L'arrêt de la flamme dépend de l'abondance en carbone (*cf.* section 2.3.6) ; ainsi, si l'abondance est faible au début de la propagation de la flamme, sa durée sera plus courte.

Au-delà de $9,5 M_{\odot}$, il n'y a plus de flamme, on observe uniquement un long flash. Dans l'étoile de $9,5 M_{\odot}$, l'arrêt du flash est dû au réajustement structurel provoqué par la conversion

de l'énergie nucléaire produite en travail (*cf.* section 2.2.1). La production d'énergie nucléaire décroît significativement lorsque la masse augmente (L_C , tableau 2.4.1) ; à partir de $10,5 M_\odot$ l'expansion de la structure de l'étoile n'est plus assez importante pour refroidir suffisamment l'étoile et éteindre le flash.

La vitesse de la flamme v_f décroît lorsque la masse augmente. Elle est donnée par l'équation 2.2 ; elle est donc très fortement dépendante de la température T . À la base de la flamme, T diminue avec l'augmentation de la masse, d'où l'évolution de v_f .

M_{ini} ($M_\odot$)	Flash						Flamme					
	t (10^7 ans)	m_C ($M_\odot$)	Δt (ans)	L_C (erg)	Δm ($M_\odot$)	$X(^{12}C)$	m_C ($M_\odot$)	Δt (ans)	L_C (erg)	Δm ($M_\odot$)	$X(^{12}C)$	v_f ($cm.s^{-1}$)
8,70	3,12	0,77	280	$1,6.10^8$	0,28	0,381	0,69	7600	$2,0.10^5$	0,28	0,0485	0,067
		0,74	140	$8,6.10^6$	0,23	0,209						
		0,71	330	$5,4.10^5$	0,12	0,0919						
9,00	2,92	0,63	340	$4,8.10^7$	0,40	0,317	0,55	7900	$1,6.10^5$	0,15	0,17	0,030
		0,58	610	$1,5.10^6$	0,30	0,193						
9,5	2,63	0,4	1000	$1,1.10^7$	0,5	0,270	0,4	10100	$3,2.10^6$	0,20	0,25	0,010
10,5	2,23	0,16	9130	$2,2.10^6$	0,540	0,253						0,0049
10,75	2,09	0,09	8170	$1,6.10^6$	0,545	0,264						0,0041
11,0	2,00	0,06	8950	$1,3.10^6$	0,550	0,287						0,0038

TAB. 2.1 – Évolution de divers paramètres physiques en fonction de la masse initiale (M_{ini}) de l'étoile, pour le flash et la flamme. Le temps t est l'instant où la convection se met en place, m_C est la coordonnée en masse où le flash (puis la flamme) se développe, l'intervalle de temps Δt est la durée du flash (et de la propagation de la flamme), L_C correspond à la luminosité maximale émise par la combustion du carbone, Δm est l'extension maximale en masse, du flash (et de la flamme), $X(^{12}C)$ est l'abondance maximale en carbone et v_f est la vitesse maximale de la flamme (ou du flash pour les étoiles de $10,5$, $10,75$ et $11 M_\odot$).

2.4.2 Évolution des abondances dans le noyau

La masse augmentant, la combustion débute de plus en plus proche du centre de l'étoile. De ce fait, la flamme s'approche plus près du centre, et le mélange pénètre plus rapidement jusqu'au cœur. En outre, l'abondance en carbone diminue avec l'augmentation de la masse ; ces deux effets se conjugant, l'abondance en carbone est plus faible au centre des étoiles les plus massives (tableau 2.4.2).

L'abondance en sodium ne dépend que de celle du carbone, sa production étant assurée essentiellement par la combustion de ^{12}C . Elle croît donc avec la masse de l'étoile.

La valeur de l'abondance en oxygène dans le cœur augmente en fonction de la masse, pour atteindre un maximum à $10,5 M_\odot$; à partir de $10,5 M_\odot$, elle devient une fonction décroissante de la masse (tableau 2.4.2). Cette évolution est directement liée à l'abondance en ^{16}O dans le noyau après la combustion de l'hélium.

L'abondance du néon, qui est synthétisé par la combustion du carbone mais aussi de l'oxygène, suit l'évolution de l'abondance en oxygène.

M_{ini} ($M_{\odot}$)	8,70	9,5	10,5	10,75	11,0
$X(^{12}\text{C})_c$	0,056	0,040	0,026	0,017	0,0085
$X(^{16}\text{O})_c$	0,52	0,60	0,63	0,62	0,59
$X(^{20}\text{Ne})_c$	0,029	0,036	0,042	0,048	0,053
$X(^{23}\text{Na})_c$	0,31	0,26	0,24	0,25	0,27

TAB. 2.2 – Évolution des abondances au centre de l'étoile en carbone $X(^{12}\text{C})_c$, oxygène $X(^{16}\text{O})_c$, néon $X(^{20}\text{Ne})_c$ et sodium $X(^{23}\text{Na})_c$ en fonction de la masse initiale M_{ini} .

CONCLUSION

J'ai calculé des modèles d'étoiles de métallicité solaire et de masse comprise entre 8,7 et 11 $M_{\odot}$, depuis leur formation jusqu'à la fin de la combustion du carbone. Ces simulations, incluant la convection thermohaline, indiquent que la combustion du carbone n'atteint pas le centre de l'étoile. Le mélange thermohaline diminue significativement l'abondance en carbone à la base de la flamme. À la fois mélangé dans les couches sous-jacentes et brûlé par les réactions de fusion, le carbone voit son abondance décroître jusqu'à ce que l'énergie nucléaire produite dans le précurseur devienne plus faible que l'énergie émise par les neutrinos. La température diminue jusqu'à ce qu'elle devienne insuffisante pour maintenir les réactions de fusion du carbone. La flamme s'arrête donc, sans avoir pu atteindre le centre de l'étoile.

La vitesse de propagation de la flamme dépend également de l'abondance en carbone, la flamme se propage alors moins vite vers le cœur.

La combustion du carbone n'atteignant pas le centre de l'étoile, la composition chimique de son noyau est considérablement modifiée. Lorsque le carbone cesse de brûler, le noyau est composé essentiellement de néon et d'oxygène, et il est fortement enrichi en carbone.

Enfin, les calculs menés ont été confrontés à diverses approximations (traitement de la nucléosynthèse et calcul du poids moléculaire moyen différents) ainsi qu'à un autre processus de mélange (la semi-convection). Cela n'a pas modifié les effets de la convection thermohaline sur les étoiles SAGB.

Ces conclusions sont valables pour l'ensemble des étoiles de l'intervalle 8,7-11 $M_{\odot}$ qui a été étudié. L'abondance en carbone dans le noyau, à la fin de cet épisode de l'évolution stellaire, décroît cependant avec la masse. En outre, pour les étoiles les plus légères — entre 8,7 et 9,25 $M_{\odot}$ — plusieurs flashs se produisent, tandis que pour les étoiles plus massives — entre 10,5 et 11 $M_{\odot}$ — il n'y a pas de flamme observée.

Les étoiles SAGB les plus massives étant susceptibles de donner naissance à des supernovæ et les abondances dans le noyau étant assez fortement modifiées, il serait désormais intéressant d'étudier les processus nucléaires se produisant lors de cette ultime étape de leur vie.

On peut également envisager de s'intéresser aux conséquences de la convection thermohaline sur la composition de l'enveloppe convective de l'étoile. Ce sont les éléments de cette dernière qui sont disséminés dans le milieu interstellaire par les vents stellaires. Les effets du mélange thermohaline sur l'enveloppe sont donc susceptibles d'influer sur l'évolution chimique des galaxies.

PHYSIQUE STELLAIRE ET THERMODYNAMIQUE

A.1 Quelques éléments de thermodynamique

L'intérieur stellaire est un mélange d'ions, d'électrons et de photons. Sauf exception, il se comporte comme un gaz ; on s'intéresse alors aux propriétés d'un système gazeux.

A.1.1 Équation d'état

Une équation d'état est une fonction qui relie la pression P à la densité ρ , la composition chimique μ et la température T ; on écrit $P = P(\rho, \mu, T)$.

La pression s'exprime comme la somme de trois termes : la pression due aux ions, celle due aux électrons, et enfin la pression de radiation. Le gaz d'électrons sera considéré comme étant parfait, dégénéré et/ou relativiste selon les cas. En effet, si l'enveloppe des étoiles de la branche asymptotique des géantes (AGB) se trouvent dans des conditions de température et pression telles que le gaz peut être considéré comme parfait, ce n'est pas le cas de leur cœur, généralement dégénéré.

A.1.2 Pression de radiation

Un gaz parfait de photons suit une distribution de Bose-Einstein [25], et on peut écrire :

$$u_{rad} = aT^4, \quad (A.1)$$

$$P_{rad} = \frac{aT^4}{3} = \frac{u_{rad}}{3}, \quad (A.2)$$

avec u_{rad} l'énergie interne par unité de volume $u = U/\rho$, et a la constante de radiation, $a = 4\sigma/c$ σ étant la constante de Boltzman et c la célérité.

A.1.3 Pression ionique

La pression due aux ions suit, en règle générale, la loi des gaz parfaits. On peut donc écrire :

$$P_{ion} = \frac{\rho}{\mu_{ion} m_H} kT, \quad (A.3)$$

$$u_{ion} = \frac{3}{2} P_{ion}. \quad (A.4)$$

A.1.4 Pression électronique

Régimes

Suivant le cas considéré — enveloppe ou cœur de l'étoile, masse et stade d'évolution de l'étoile etc. — les électrons se comportent différemment. Les régimes possibles pour la pression électronique sont donc : gaz parfait non-dégénéré, gaz dégénéré non-relativiste et gaz dégénéré ultra-relativiste.

Gaz parfait d'électrons non-dégénérés

Considérant un gaz parfait d'électrons suivant une distribution de Maxwell-Boltzman [26], on peut écrire :

$$P_e = n_e kT, \quad (\text{A.5})$$

$$u_e = \frac{3}{2} n_e kT. \quad (\text{A.6})$$

Gaz d'électrons dégénérés

La matière atteint un état dégénéré lorsque la densité est suffisamment importante pour que le *principe d'exclusion de Pauli* entre en jeu. Les électrons vont alors avoir tendance à occuper tous les états quantiques disponibles, et opposer ainsi une pression, dite de dégénérescence. Lorsque tous les états quantiques sont occupés, le gaz est totalement dégénéré, et l'inégalité de Heisenberg devient une égalité (soit $\Delta p \Delta V = h^3$).

Le nombre d'électrons ayant une impulsion p comprise entre p et $p + dp$ par unité de volume est donné par :

$$n_e(p) dp = \frac{2}{\Delta V} = \frac{2}{h^3} 4\pi p^2 dp. \quad (\text{A.7})$$

L'impulsion maximale p_0 est obtenue en intégrant la relation

$$n_e = \int_0^{p_0} n_e(p) dp, \quad \text{ce qui donne} \quad p_0 = \left(\frac{3h^3 n_e}{8\pi} \right)^{1/3}. \quad (\text{A.8})$$

La théorie cinétique donne

$$P = \frac{1}{3} \int_0^\infty v p n_e(p) dp, \quad v \text{ étant la vitesse de la particule,} \quad (\text{A.9})$$

on obtient la pression de dégénérescence d'un gaz d'électrons :

$$P_{e,deg} = \frac{8\pi}{15m_e h^3} p_0^5 = \frac{h^2}{20m_e} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{1}{m_H^{5/3}} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3}, \quad (\text{A.10})$$

et l'énergie associée :

$$u_{e,deg} = \frac{2}{3} P_{e,deg}. \quad (\text{A.11})$$

Gaz d'électrons relativistes

Lorsque la densité électronique continue d'augmenter, l'impulsion maximale p_0 augmente également. Elle peut être telle que la vitesse $v = p_0/m_e$ s'approche de la vitesse de la lumière c . Les électrons forment alors un gaz dégénéré relativiste, d'où — en ayant recours à la mécanique relativiste :

$$P_{e,deg \text{ rel}} = \frac{hc}{8} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \frac{1}{m_H^{4/3}} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}, \quad (\text{A.12})$$

et l'énergie associée :

$$u_{e,deg \text{ rel}} = \frac{1}{3} P_{e,deg \text{ rel}}. \quad (\text{A.13})$$

A.1.5 Pression et énergie

Les équations A.2, A.1, A.3, A.4, A.5 et A.6 permettent d'obtenir la pression et l'énergie interne de l'étoile :

$$P = P_{rad} + P_{ion} + P_e = \frac{aT^4}{3} + \frac{\rho}{\mu_{ion}m_H}kT + P_e, \quad (A.14)$$

$$u = u_{rad} + u_{ion} + u_e = \frac{aT^4}{\rho} + \frac{3kT}{2\mu_{ion}m_H} + u_e. \quad (A.15)$$

A.2 Opacités

Considérant un faisceau lumineux traversant du gaz, on appelle *absorption* tout phénomène retirant des photons de ce faisceau. Cela inclut l'absorption d'un photon à proprement parler (absorption par un atome) comme les phénomènes de diffusion de photons (tel l'effet Compton).

La variation d'intensité dI_λ d'un faisceau de longueur d'onde λ traversant un gaz de densité ρ va être proportionnelle à son intensité I_λ , la distance parcourue dr et la densité du gaz [27] :

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho I_\lambda dr. \quad (A.16)$$

La distance parcourue est mesurée — et augmente — dans la direction du faisceau incident ; le signe négatif de l'équation A.16 signifie donc que l'intensité diminue avec la distance, du fait de l'absorption des photons.

Le coefficient κ_λ est appelé *coefficient d'absorption* ou *opacité* ; il représente la section efficace d'absorption des photons par longueur d'onde et par gramme de matière stellaire. De manière générale, κ_λ est fonction de la composition, de la densité, de la longueur d'onde λ et de la température du milieu traversé.

On peut définir le libre parcours moyen l d'un photon :

$$l = \frac{1}{\kappa_\lambda \rho}, \quad (A.17)$$

où $\kappa_\lambda \rho$ s'interprète comme étant le nombre de cibles que va rencontrer un photon de longueur d'onde λ par unité de distance.

Quatre processus principaux mettent en jeu des interactions entre photons et atomes du milieu stellaire, et vont donc influencer sur la valeur de l'opacité :

1. *la diffusion Compton*, qui correspond à la diffusion d'un photon par un électron libre, et qui ne modifie pas l'énergie du photon ;
2. *l'absorption free-free* et son processus inverse, *le Bremsstrahlung*, correspondant à l'absorption puis l'émission d'un photon par un électron libre ;
3. *la photoionisation*, qui correspond à l'ionisation d'un atome par l'absorption d'un photon ; le processus inverse est *la recombinaison radiative* ;
4. *les transitions électroniques*, correspondant à l'absorption et l'émission de photons par des transitions de niveaux électroniques dans un atome.

On peut noter que d'autres processus contribuent à l'opacité : absorption par des ions H^- , absorptions moléculaires etc.

ANNEXE B

LA STRUCTURE ET L'ÉVOLUTION STELLAIRE

La structure stellaire est régie par les équations de l'hydrodynamique, et de la thermodynamique. Il faut également prendre en compte les équations d'évolution des espèces chimiques, régies par la physique nucléaire [1, 28].

Cet ensemble d'équations est résolvable, mais les simulations à trois dimensions sont encore limitées par des temps de calcul conséquents. C'est pourquoi on considère que l'étoile est à symétrie sphérique ; le problème à trois dimensions se ramène à un problème à une dimension.

Cette hypothèse simplificatrice, raisonnable, permettra d'obtenir une modélisation précise des étoiles.

B.1 Conservation de la masse

Cette première équation relève de l'hydrodynamique.

On considère une masse $m(r, t)$, en adoptant la description eulérienne. La masse dm (dont on considère les température, densité et composition constantes) contenue à l'instant t dans une coquille d'épaisseur dr se situant à une distance r du centre et ayant une vitesse v (en prenant $dr \ll r$) s'écrit alors :

$$dm = 4\pi r^2 \rho dr - 4\pi r^2 \rho v dt,$$

d'où :

$$\left. \frac{\partial m}{\partial r} \right|_t = 4\pi r^2 \rho \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial m}{\partial t} \right|_r = 4\pi r^2 \rho v.$$

On opère le changement de variable $(r, t) \leftrightarrow (m, t)$; on se place en description lagrangienne. Les équations précédentes deviennent alors :

$$\boxed{\left. \frac{\partial m}{\partial r} \right|_t = 4\pi r^2 \rho}, \tag{B.1}$$

et

$$\boxed{\left. \frac{Dr}{Dt} \right|_m = v}, \tag{B.2}$$

avec $\frac{D}{Dt}$ la dérivée lagrangienne, ou dérivée particulaire $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r}$.

B.2 Conservation de la quantité de mouvement

Cette équation relève de la deuxième loi de Newton.

On considère un élément de volume cylindrique situé entre des sphères de rayons r et $r + dr$ — donc de hauteur dr , de section dS et de densité ρ . Sa masse Δm s'écrit alors :

$$\Delta m = \rho dr dS. \quad (\text{B.3})$$

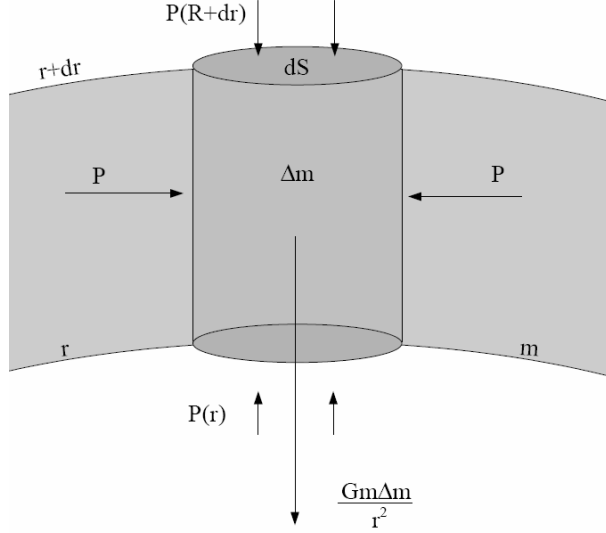


FIG. B.1 — Élément de masse cylindrique dans une étoile.

Deux types de forces s'exercent sur ce volume : la force gravitationnelle — exercée par la masse de la sphère de rayon r , et les forces de pression exercées par le gaz entourant l'élément de volume. L'hypothèse de symétrie sphérique permet d'annuler les forces de pression s'appliquant aux parois du cylindres ; seules demeurent les forces s'exerçant perpendiculairement à l'élément de surface dS .

On peut alors écrire le Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \Delta m = -\frac{Gm\Delta m}{r^2} + P(r)dS - P(r+dr)dS,$$

soit

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \Delta m = -\frac{Gm\Delta m}{r^2} - \frac{\partial P}{\partial r} dr dS.$$

En utilisant la relation B.3 puis en passant en description lagrangienne, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \Delta m &= -\frac{Gm\Delta m}{r^2} - \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\Delta m}{\rho} \\ \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} &= -\frac{Gm}{r^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, \end{aligned}$$

soit

$$\left[\frac{D^2 r}{Dt^2} \right]_m = -\frac{Gm}{r^2} - 4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial m}, \quad (\text{B.4})$$

car

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{D^2}{Dt^2} + v^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} - 2v \frac{D}{Dt} \frac{\partial}{\partial r}; \quad \text{car} \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{cf. section B.1}$$

d'où

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \frac{D^2 r}{Dt^2}.$$

B.3 Conservation de l'énergie

Cette équation relève de la loi de la conservation de l'énergie.

Soit un petit élément de masse dm appartenant à une coquille d'épaisseur dr contenue entre les rayons r et $r + dr$. Soient u l'énergie interne par unité de masse et P la pression. On peut alors écrire, d'après la première loi de la thermodynamique :

$$\delta(udm) = dm\delta u = \delta Q + \delta W, \quad (\text{B.5})$$

en supposant que la masse dm est constante durant un temps δt . On peut écrire le travail comme suit :

$$\delta W = -P\delta dV = -P\delta \left(\frac{dV}{dm} dm \right) = -P\delta \left(\frac{1}{\rho} \right) dm. \quad (\text{B.6})$$

Il y a deux sources de chaleur pour l'élément de masse : d'une part l'énergie nucléaire (et l'énergie perdue par l'émission de neutrinos qui lui est associée), et l'équilibre entre les flux de chaleur entrant et sortant de cet élément. On note ϵ_{nuc} le taux de production d'énergie nucléaire par unité de masse, ϵ_ν le taux de perte d'énergie due aux neutrinos par unité de masse, et L l'énergie rentrant et sortant de l'élément par unité de temps.

On peut alors écrire :

$$\delta Q = (\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu) dm \delta t + (L(m) - L(m + dm)) \delta t,$$

soit,

$$\delta Q = \left(\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - \frac{\partial L}{\partial m} \right) dm \delta t. \quad (\text{B.7})$$

En remplaçant δQ et δW dans l'équation B.5 par les expressions obtenues aux équations B.6 et B.7, on obtient :

$$dm \delta u + P \delta \left(\frac{1}{\rho} \right) dm = \left(\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - \frac{\partial L}{\partial m} \right) dm \delta t. \quad (\text{B.8})$$

À la limite $\delta t \rightarrow 0$, l'expression B.8 devient

$$\frac{Du}{Dt} + P \frac{D \left(\frac{1}{\rho} \right)}{Dt} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu - \frac{\partial L}{\partial m} \quad (\text{B.9})$$

où, par définition, $\epsilon_{grav} = -\frac{Du}{Dt} + P \frac{D \left(\frac{1}{\rho} \right)}{Dt}$.

B.4 Les équations du transport

Ces équations relèvent de la thermodynamique.

Il existe trois modes de transport d'énergie ; ces trois modes sont présents au sein des étoiles :

- le transport radiatif ;
- le transport conductif ;
- le transport convectif.

B.4.1 Équation du transport radiatif

Suivant leurs fréquences, les photons n'interagiront pas de la même manière avec la matière ; l'opacité est elle aussi fonction de la fréquence. Au sein des étoiles, les interactions lumière-matière se font essentiellement entre les photons et les électrons du milieu stellaire (*cf.* section A.2).

Dans les couches profondes de l'étoile, diffusion Compton et Bremsstrahlung sont les deux phénomènes de transport dominants. Le transport d'énergie par les photons peut donc être considéré comme étant un processus diffusif.

On peut alors écrire la loi de Fourier (à une dimension, grâce à la symétrie sphérique) :

$$F_{rad} = -D_{rad} \nabla T, \quad (B.10)$$

avec F_{rad} le flux d'énergie, et $D_{rad} = \frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\kappa \rho}$. Or, par définition $F_{rad} = \frac{L}{4\pi r^2}$, avec L la luminosité. On peut alors mettre l'équation B.10 sous forme lagrangienne :

$$\frac{dT}{dm} = -\frac{3\kappa L}{64\pi^2 a c r^4 T^3},$$

ce qui définit le gradient radiatif :

$$\nabla_{rad} = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right) = \frac{3\kappa L P}{16\pi a c G m T^4}. \quad (B.11)$$

B.4.2 Équation du transport conductif

Le transport conductif est dû aux collisions entre les électrons et les noyaux atomiques. Une fois encore, ce processus satisfait à la loi de Fourier ; on peut écrire :

$$F_{cond} = -D_{cond} \nabla T = \frac{4acT^3}{3\kappa_{cond}\rho} \frac{dT}{dr}, \quad (B.12)$$

κ_{cond} est la composante conductive de l'opacité totale, qu'on peut écrire $\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_{cond}} + \frac{1}{\kappa_{rad}}$.

B.4.3 Équation du transport convectif

Soit un élément de masse Δm à un point 1 de l'étoile (figure B.2), de pression P_1 et de densité ρ_1 . L'élément de masse se déplace radialement vers le point 2, de pression P_2 et de densité ρ_2 . La pression plus faible en 2 va provoquer une expansion de l'élément de masse ; sa densité ρ_2 n'égalant pas nécessairement celle du milieu environnant ρ_* .

On considère alors deux cas : si $\rho_* < \rho_2$, alors l'élément de masse coule et retourne à sa position initiale. On a un équilibre radiatif. Si $\rho_* > \rho_2$, alors l'élément va continuer son mouvement ascensionnel grâce à la Poussée d'Archimède. La convection se met en place, le système est instable.

La condition de stabilité s'écrit :

$$\left(\frac{d\rho}{dr} \right)_{\text{étoile}} < \left(\frac{d\rho}{dr} \right)_{ad} \quad (B.13)$$

La forme générale d'une équation d'état est du type $\rho(P, T, \mu)$; on peut alors écrire :

$$d \ln \rho = \alpha d \ln P - \delta d \ln T + \varphi d \ln \mu, \quad (B.14)$$

avec $\alpha = (\partial \ln \rho / \partial \ln P)$, $\delta = (\partial \ln \rho / \partial \ln T)$ et $\varphi = (\partial \ln \rho / \partial \ln \mu)$.

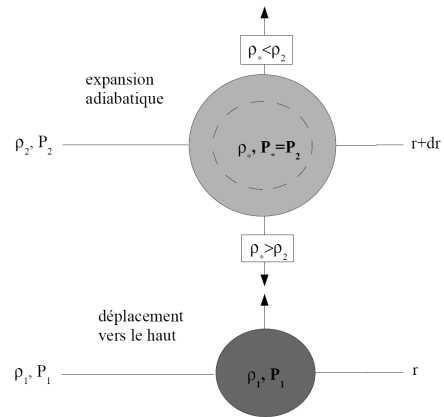


FIG. B.2 – Convection pour un élément de masse Δm se déplaçant radialement de 1 à 2.

Sachant que l'élément de masse est à l'équilibre avec le gaz l'environnant, et que — sur un temps court — la composition chimique ne varie pas, on peut alors réécrire la condition de stabilité, en utilisant la relation B.14 :

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{\text{étoile}} < \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_{ad} + \frac{\varphi}{\delta} \left(\frac{d \ln T}{d \ln \mu} \right)_{\text{étoile}},$$

ce qui devient, et en se rappelant que $\left(\frac{d \ln T}{d \ln \mu} \right)_{\text{étoile}} = \nabla_{\mu}$:

$$\boxed{\nabla_{rad} < \nabla_{ad} + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_{\mu}}, \quad \text{le critère de Ledoux.} \quad (\text{B.15})$$

Ce critère devient, dans le cas d'un environnement homogène (*i.e.* $\nabla_{\mu} = 0$) :

$$\boxed{\nabla_{rad} < \nabla_{ad}}, \quad \text{le critère de Schwarzschild.} \quad (\text{B.16})$$

Si ce critère de stabilité est respecté, le transport sera radiatif ; sinon, il sera convectif.

B.5 L'équation de l'évolution chimique

Soit un élément I, ayant A_i nucléons et Z_i protons. Il est créé par la réaction $N(M, J)I$ et détruit par la réaction $I(J, K)L$. Quel est le taux de destruction de I réagissant avec J ?

On considère un élément de volume unitaire ; la section efficace de l'élément I avec un élément J est σ_{ij} , et la vitesse relative de I par rapport à J est v . Si n_i est le nombre de noyaux I par unité de volume, alors le nombre de réactions par unité de temps et de volume est $r_{ij} = n_i n_j \sigma v$.

À partir des relations 1.2 et 1.1, on peut écrire le taux de variation de n_i :

$$\frac{Dn_i}{Dt} = \frac{\rho}{A_i m_H} \left(\frac{DX_i}{Dt} \right) = \frac{\rho \mathcal{N}_A}{A_i} \frac{DX_i}{Dt},$$

qu'on peut également écrire comme étant la différence entre les taux de création et de destruction de l'élément I par les éléments N et M, et J, soit :

$$\frac{Dn_i}{Dt} = \sum_{nm} r_{nm} - \sum_{ij} r_{ij}$$

$$\boxed{\frac{DX_i}{Dt} = \frac{1}{\rho \mathcal{N}_A} \left(\sum_{nm} r_{nm} - \sum_{ij} r_{ij} \right)}. \quad (\text{B.17})$$

B.6 Les équations de la structure stellaire

D'après ce qui précède (les équations B.1, B.2, B.4, B.9, B.11 et B.17), on obtient un ensemble de six équations qui décrivent la structure stellaire :

$$\left. \frac{Dr}{Dt} \right|_m = v \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial m}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \quad (\text{B.19})$$

$$\left. \frac{D^2 r}{Dt^2} \right|_m = -4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial m} - \frac{Gm}{r^2} \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial L}{\partial m} = \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu + \epsilon_{grav} \quad (\text{B.21})$$

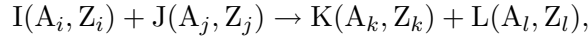
$$\nabla = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} = \begin{cases} \nabla_{rad} = \frac{3\kappa L_r P}{16\pi a c G T^4 m} & \text{si } \nabla_{rad} < \nabla_{ad} \\ \nabla_{conv} & \text{si } \nabla_{rad} > \nabla_{ad} \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{DX_i}{Dt} = \frac{1}{\rho \mathcal{N}_A} \left(\sum_{nm} r_{nm} - \sum_{ij} r_{ij} \right) \quad (\text{B.23})$$

NUCLÉOSYNTHÈSES STELLAIRES

C.1 Énergie de liaison d'un noyau atomique

L'énergie émise ou absorbée par une réaction nucléaire est une fraction de l'énergie de masse des particules impliquées dans cette réaction. La masse n'est pas conservée ; la masse des produits diffère de celle des réactifs, cette différence dépendant de l'énergie de liaison des noyaux mis en jeu. Soit une réaction nucléaire (qu'on notera par la suite I(J,K)L) :



l'énergie émise ou absorbée est notée Q_{ijk} . La masse d'un noyau de type I étant notée $\mathcal{M}_i$, on écrit (avec $c = 1$) [29, 30] :

$$\begin{aligned} Q_{ijk} &= \mathcal{M}_i + \mathcal{M}_j - \mathcal{M}_k - \mathcal{M}_l \\ &= (\mathcal{M}_i - A_i m_H) + (\mathcal{M}_j - A_j m_H) - (\mathcal{M}_k - A_k m_H) - (\mathcal{M}_l - A_l m_H) \\ &\quad + (A_i + A_j - A_k - A_l) m_H \\ &= (\mathcal{M}_i - A_i m_H) + (\mathcal{M}_j - A_j m_H) - (\mathcal{M}_k - A_k m_H) - (\mathcal{M}_l - A_l m_H), \end{aligned} \quad (C.1)$$

car, par conservation du nombre baryonique, $A_i + A_j - A_k - A_l = 0$. On appelle la différence $(\mathcal{M}_i - A_i m_H)$ l'*excès de masse*, noté $\Delta\mathcal{M}(I)$.

On est alors en mesure de calculer l'énergie émise en un point de l'étoile. Le nombre de réactions par unité de volume et par unité de temps est $n_i n_j R_{ijk}$; l'énergie produite par ces réactions par unité de volume et de temps est donc $n_i n_j R_{ijk} Q_{ijk}$.

On somme alors sur toutes les réactions nucléaires possibles pouvant se produire, en divisant par ρ afin d'obtenir un taux de production d'énergie par unité de masse :

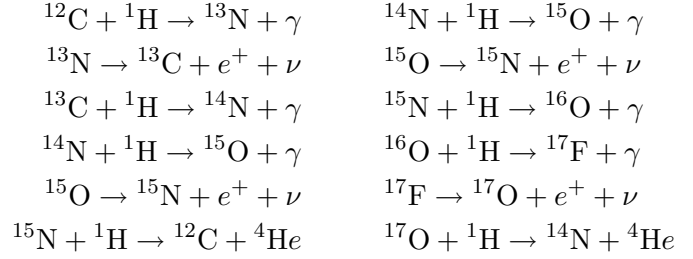
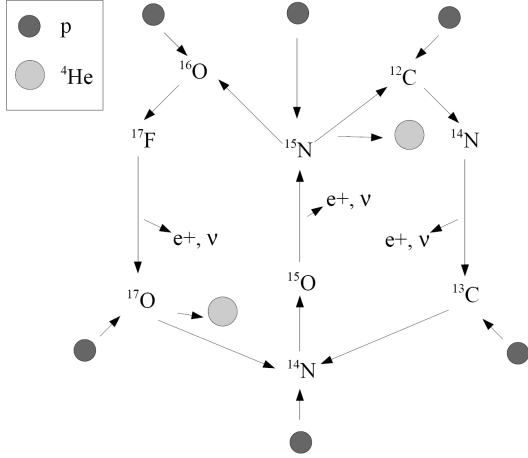
$$\epsilon_{nuc} = \frac{\rho}{m_H^2} \sum_{ijk} \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \frac{X_i}{A_i} \frac{X_j}{A_j} R_{ijk} Q_{ijk}. \quad (C.2)$$

Si des neutrinos sont produits par la réaction nucléaire, leur énergie est perdue (le milieu stellaire leur est transparent). Il faut alors soustraire à l'énergie nucléaire produite l'énergie perdue par les neutrinos ; ϵ .

C.2 Le cycle CNO

Une étoile se compose initialement d'hydrogène et d'hélium, mais aussi d'un faible pourcentage de carbone, d'azote et d'oxygène (CNO). Ces noyaux permettent de créer de l'hélium à partir d'hydrogène, en agissant comme des catalyseurs ; ils sont détruits puis recréés via un cycle de réactions nucléaires : le *cycle CNO* (figure C.1). Ce processus a été proposé simultanément par Bethe et Weizsäcker en 1938.

Le cycle CNO est ramifié : il se compose de deux branches, qui forment un *bi-cycle*, chacun composé de six réactions nucléaires. Ces six réactions, qui produisent de l'hélium à partir d'hydrogène, sont quatre captures protoniques et deux désintégrations β^+ :



La somme des abondances en noyaux C, N, O, et F est constante au cours du temps. L'abondance relative des différentes espèces ne dépend que des conditions de brûlage, principalement de la température.

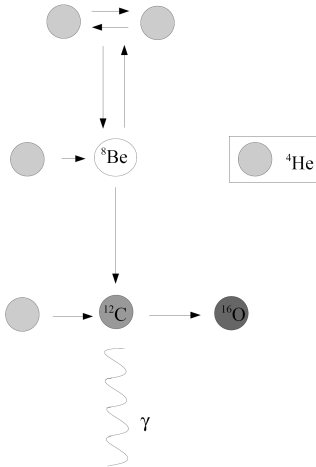
Le temps de brûlage de la réaction est déterminé par la réaction la plus lente.

FIG. C.1 – Les réactions nucléaires du cycle CNO.

L'énergie émise par la formation de ^4He par le cycle CNO est d'environ 25 MeV, en tenant compte de l'énergie perdue par l'émission de neutrinos.

Q dépend de T à la puissance seizième ; $Q_{\text{CNO}} = \rho T^{16}$.

C.3 Le brûlage de l'hélium



La réaction principale est la fusion de deux noyaux d'hélium (ou particule α), suivant la réaction :



La durée de vie du béryllium produit est extrêmement faible ($2,6 \cdot 10^{-16}$ s), mais plus longue que le temps moyen entre deux collisions de particules α , pour des températures de l'ordre de 10^8 K. De ce fait, même pour des abondances de ^8Be très faibles, la probabilité qu'il rencontre une particule α avant de se désintégrer est non négligeable (Edwin Salpeter, 1952). Elle permet ainsi la synthèse du carbone par :



FIG. C.2 – Le processus triple- α .

La probabilité de capture d'un noyau d'hélium par un noyau de béryllium est considérablement augmentée car le noyau de carbone a un niveau énergie proche de la somme des énergies des deux réactifs ; on a alors une réaction résonante.

Cette réaction met en jeu trois noyaux d'hélium pour former un noyau de carbone, d'où le nom de *réaction triple- α* .

L'énergie émise par cette réaction est de 7,275 MeV.

Le taux de réaction de ce processus est déterminé par la deuxième réaction de la chaîne, et sera donc proportionnel à l'abondance en ^8Be . Elle-même varie comme le carré de l'abondance d'hélium, et la dépendance en température est excessivement importante. On écrit : $\epsilon_{3\alpha} = \rho^2 T^{40}$.

Lorsque la température est suffisante, les noyaux de carbone peuvent à leur tour capturer des noyaux d'hélium, pour former de l'oxygène (en émettant une énergie de 7,162 MeV) :

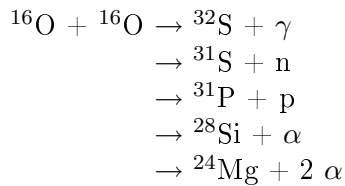
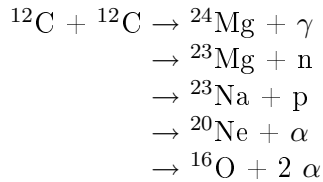


L'ensemble des processus de brûlage de l'hélium est représenté sur la figure C.2.

C.4 Le brûlage du carbone et de l'oxygène

Le carbone peut commencer à brûler pour des températures de l'ordre de 6.10^8 K et des densités de 2.10^7 g.cm^{-3} , et l'oxygène, ayant une barrière coulombienne importante, commence à fusionner au-delà de 10^9 K.

Les processus de brûlage du carbone et de l'oxygène sont similaires : la fusion va donner naissance à un nouvel élément, dans un état excité, qui va ensuite se désexciter. Plusieurs désexcitations sont envisageables : émission α ou γ , émission de proton ou de neutron. Chacun de ces processus va avoir un rapport de branchement différent en fonction de la température.



La figure C.3 résume l'ensemble de ces réactions.

En moyenne, la fusion du carbone produit 13 MeV, et celle de l'oxygène 16 MeV.

Ces réactions produisent des protons, neutrons et noyaux d'hélium, qui vont être immédiatement capturés par les espèces en présence. On crée ainsi un grand nombre de nouvelles espèces et d'isotopes, grâce à ces réactions secondaires. L'élément le plus abondant formé à partir de celles-ci est le silicium (^{28}Si).

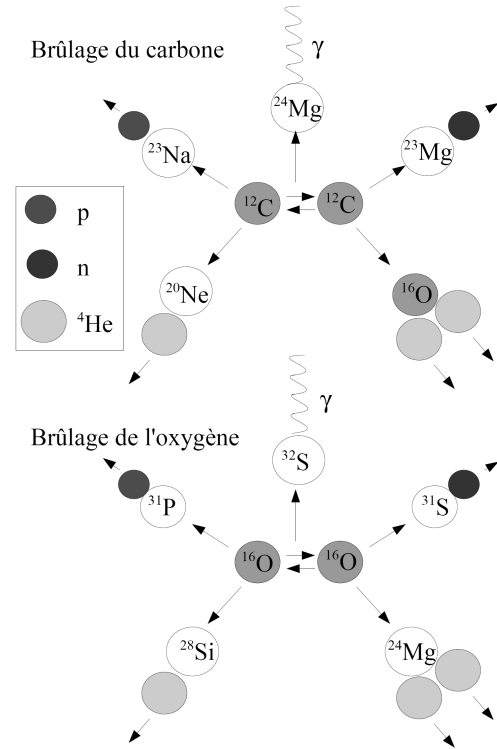


FIG. C.3 – Les réactions nucléaires impliquées dans le brûlage du carbone et de l'oxygène.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. PRIALNIK : *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*, chapitre 2, pages 15 – 28. Cambridge University Press, 2000.
- [2] M. E. STERN : The ‘salt fountain’ and thermohaline convection. *Tellus*, 12:172, 1960.
- [3] W. SHYY et R. NARAYANAN : *Fluid Dynamics at Interfaces*, chapitre 31, pages 403–412. Cambridge University Press, 1999.
- [4] J. S. TURNER : *Buoyancy Effects in Fluids*, chapitre 8, pages 251–287. Cambridge University Press, 1973.
- [5] P. GOLDREICH et G. SCHUBERT : Differential rotation in stars. *Ap. J.*, 150:571, 1967.
- [6] R. KIPPENHAHN : Secularly unstable differential rotation in stars. *Astron. Astrophys.*, 2:309, 1969.
- [7] R. K. ULRICH : Thermohaline convection in stellar interiors. *Ap. J.*, 172:165–177, 1972.
- [8] R. KIPPENHAHN : Circulation and mixing. *IAU Symp.*, 66:20, 1974.
- [9] S. VAUCLAIR : Metallic fingers and metallicity excess in exoplanets’ host stars : the accretion hypothesis revisited. *Ap. J.*, 605, 2007.
- [10] C. CHARBONNEL et J.-P. ZAHN : Thermohaline mixing : a physical mechanism governing the photospheric composition of low-mass giant. *A&A*, 467, 2007.
- [11] M. CANTIELLO, H. HOEKSTRA, N. LANGER et A.J.T. POELARENDs : Thermohaline mixing in low-mass giants : RGB and beyond. *arXiv :0708.4384v1*, 2007.
- [12] R. KIPPENHAHN, G. RUSCHENPLATT et H.-C. THOMAS : The time scale of thermohaline mixing in stars. *Astron. Astrophys.*, 91:175–180, 1980.
- [13] S. A. BECKER et I. IBEN : The asymptotic giant branch evolution of intermediate-mass stars as a function of mass and composition. I. - Through the second dredge-up phase. *ApJ*, 232:831, 1979.
- [14] S. E. WOOSLEY, A. HEGER et T. A. WEAVER : The evolution and explosion of massive stars. *Rev. Mod. Phys.*, 74:1015, 2002.
- [15] E. GARCIA-BERRO et I. IBEN : On the formation and evolution of super-asymptotic giant branch stars with cores processed by carbon burning. I. SPICA to antares. *ApJ*, 434:306, 1994.
- [16] L. SIESS : Evolution of massive AGB stars - I. Carbon burning phase. *A&A*, 448:717–729, 2006.
- [17] Z. BARKAT, Y. REISS et G. RAKAVY : Stars in the mass range $7 \lesssim M/M_{\odot} \lesssim 10$ as candidates for pulsar progenitors. *ApJ*, 193:L21, 1974.
- [18] L. SIESS et M.L. PUMO : Evolutionary properties of massive AGB stars. *Mem.S.A.It*, 75:282, 2004.
- [19] L. SIESS : Evolution of massive AGB stars - II. Model properties of non-solar metallicity and the fate of super-AGB stars. *A&A*, 476:893–909, 2007.

- [20] L. SIESS : Evolution of massive AGB stars. *EAS Publication series*, 9:103–124, 2008.
- [21] M. SCHWARZSCHILD et R. HÄRM : Evolution of very massive stars. *ApJ*, 128:348, 1958.
- [22] E. E. SIMPSON : Evolutionary models of stars à 15 and 30 $M_{\odot}$. *ApJ*, 165:295, 1971.
- [23] F. X. TIMMES, S. E. WOOSLEY et R. E. TAAM : The conductive propagation of nuclear flames. 2 : Convectively bounded flames in C + O and O + Ne + Mg cores. *ApJ*, 420:348, 1994.
- [24] J. GUTIÉRREZ, R. CANAL et E. GARCIA-BERRO : The gravitational collapse of ONe electron-degenerate cores and white dwarfs : the role of ^{24}Mg and ^{12}C revisited. *A&A*, 435:231, 2005.
- [25] B. DIU, C. GUTHMANN, D. LEDERER et B. ROULET : *Éléments de Physique Statistique*, chapitre 6, pages 818–832. Hermann, 1989.
- [26] B. DIU, C. GUTHMANN, D. LEDERER et B. ROULET : *Éléments de Physique Statistique*, chapitre 6, pages 774–793. Hermann, 1989.
- [27] D. A. OSTLIE et B. W. CARROLL : *An Introduction to Modern Stellar Astrophysics*, chapitre 9, pages 261 – 276. Addison Wesley Publishing Company, 1996.
- [28] D. A. OSTLIE et B. W. CARROLL : *An Introduction to Modern Stellar Astrophysics*, chapitre 10, pages 315 – 370. Addison Wesley Publishing Company, 1996.
- [29] H.A. ENGE : *Introduction to Nuclear Physics*, chapitre 1, pages 9–11. Addison Wesley Publishing Company, 1966.
- [30] D. BLANC : *Physique Nucléaire*, chapitre 10, pages 235–238. Masson et Cie, 1974.
- [31] D. PRIALNIK : *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*, chapitre 2, pages 30–33. Cambridge University Press, 2000.
- [32] M. FULCHIGNONI : *Cours d’astrophysique ; Université Denis Diderot - Paris 7*, 2007. Poly-copie de cours destiné aux élèves de M1 suivant l’option Astrophysique II - (PH428.1).
- [33] P.P. EGGLETON, D.S.P. DEARBORN et J.C. LATTANZIO : The destruction of ^3He by rayleigh-taylor instability on the first giant branch. *Science*, 314, 2006.
- [34] A. WEISS, W. HILLEBRANDT, H.-C. THOMAS et H. RITTER : *Cox & Giuli’s principles of stellar structure*. Cambridge Scientific Publishers, 2004.
- [35] G. RAKAVY, G. SHAVIV et Z. ZINAMON : Carbon and oxygen burning stars and pre-supernova models. *ApJ*, 150:131, 1967.
- [36] G. BEAUDET et E. E. SALPETER : Models for carbon-rich stars. *ApJ*, 155:203, 1969.
- [37] A. H. BOOZER, P. C. JOSS et E. E. SALPETER : Models for initialy carbon-rich stars. *ApJ*, 181:393, 1973.
- [38] C. ANGULO, M. ARNOULD et M. RAYET : A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. *Nuc. Phys. A*, 656:3, 1999.
- [39] E. GARCIA-BERRO, C. RITOSSA et I. IBEN : On the evolution of stars that form electron-degenerate cores processed by carbon burning. III. The inward propagation of a carbon-burning flame and other properties of a 9 $M_{\odot}$ model star. *ApJ*, 485:765, 1997.
- [40] C. RITOSSA, E. GARCIA-BERRO et I. IBEN : On the evolution of stars that form electron-degenerate cores processed by carbon burning. II. Isotope abundances and thermal pulses in a 10 $M_{\odot}$ model with an ONe core and applications to long-period variables, classical novæ, and accretion-induced collapse. *ApJ*, 460:489, 1996.

- [41] C. RITOSSA, E. GARCIA-BERRO et I. IBEN : On the evolution of stars that form electron-degenerate cores processed by carbon burning. V. Shell convection sustained by helium burning, transient neon burning, dredge-out, URCA cooling, and other properties of an 11 $M_{\odot}$ population I model star. *ApJ*, 515:381, 1999.
- [42] I. IBEN, C. RITOSSA et E. GARCIA-BERRO : On the evolution of stars that form electron-degenerate cores processed by carbon burning. IV. Outward mixing during the second dredge-up phase and other properties of a 10.5 $M_{\odot}$ model star. *ApJ*, 489:772, 1997.
- [43] N. MOWLAVI et M. FORESTINI : Semi-convection and overshooting in intermediate-mass and massive stars. *A&A*, 282:843, 1994.
- [44] S. KATO : Overstable convection in a medium stratified in mean molecular weight. *Pub. Astr. Soc. Japan*, 18:374, 1966.